

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

Departamento de Engenharia Eletrônica e de Computação

**Análise e controle de sistemas de fase não-mínima e de sistemas com tempo morto**

Autor:

---

Danielle Levy

Orientador:

---

Jomar Gozzi, M. Sc.

Examinador:

---

Heraldo Luís Silveira de Almeida, D. Sc.

Examinador:

---

José Gabriel Rodriguez Carneiro Gomes, Ph. D.

DEL

Abril de 2009

*Aos meus queridos pais,  
à minha irmã e  
ao meu marido.*

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus pais, que sempre me apoiaram na universidade e em toda a minha vida. Sem sua orientação e motivação não teria alcançado tantas conquistas.

Não posso deixar de agradecer ao meu marido, Gabriel, que sempre esteve ao meu lado, com motivação e cobrança quando necessário.

Preciso agradecer também aos professores Heraldo e José Gabriel, avaliadores deste trabalho, pela prontidão que tiveram em me ajudar na apresentação do trabalho. É muito bom poder contar com pessoas como eles que estão sempre dispostos a ajudar a todos.

Um agradecimento mais que especial para o meu professor e orientador Jomar Gozzi, que mais que um orientador, foi um verdadeiro amigo. Sempre disposto a me atender e me ajudar quando eu mais precisava, sacrificando muitas vezes tempo de sua vida particular para se dedicar a mim e a este projeto. Não há palavras para agradecer ao professor Jomar. Sempre serei grata a ele por tudo isso.

E finalmente, não posso deixar de agradecer ao criador, nosso D's único, que nos criou e nos dá vida todos os dias para continuarmos seguindo com nossas vidas da melhor forma possível.

## RESUMO

Este trabalho trata da análise e do controle de sistemas com tempo morto e de sistemas de fase não-mínima.

Em sistemas de fase não-mínima, analisa-se a influência dos zeros, mostrando uma interessante semelhança do efeito destes zeros com o efeito do tempo morto em sistemas com atraso de transporte.

Apresenta-se a eficiência do uso do Preditor de Smith em sistemas com tempo morto e, com base na semelhança de comportamento entre sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima, estende-se sua aplicação a sistemas de fase não-mínima. Procedimentos de projeto de controle são apresentados para sistemas com tempo morto com o uso da aproximação de Padé.

Considera-se atentamente o problema do undershoot em sistemas de fase não-mínima.

Com uma breve introdução ao uso de controle não linear, são abordadas técnicas de controle utilizando ganhos variáveis com o erro.

Palavras-Chave: fase não-mínima, tempo morto, Preditor de Smith, aproximação de Padé.

## **ABSTRACT**

The purpose of this project is to analyze and study the control of dead-time systems and nonminimum phase systems.

About nonminimum phase systems, the influence of the zero spots will be analyzed, showing an interesting similarity between the effects of these spots and dead-time effect in systems with transport delay.

There will be shown the efficiency of the Smith Predictor Method in dead-time systems, and its applications in nonminimum phase systems, based on the similarity of behavior of these two kinds of systems. Procedures for project control will also be presented for dead-time systems using Padé approximation.

This project pays special attention to the undershoot problem in nonminimum phase systems.

After a brief introduction to the use of nonlinear controls, control techniques that use error-dependent gains are described.

Key-words: nonminimum phase systems, dead-time systems, Smith Predictor, Padé approximation.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b> .....	1
1.1	– Descrição do documento .....	2
<b>2</b>	<b>Revisão Teórica</b> .....	3
2.1	– Sistemas com Tempo Morto.....	3
2.2	– Sistemas de Fase Não-Mínima .....	8
<b>3</b>	<b>Análise de Sistemas de Fase Não-Mínima</b> .....	11
3.1	– Sistema com um zero.....	11
3.1.1	– Sistema de 1ª ordem .....	11
3.1.2	– Sistema de 2ª ordem .....	15
3.1.3	– Sistema de 2ª ordem com pólos diferentes .....	18
3.2	– Sistema com dois zeros .....	21
3.3	– Sistema com três zeros .....	23
3.4	– Influência de pólos e zeros .....	25
3.4.1	– Análise de pólos e zeros .....	25
3.4.2	– Quantidade de zeros.....	28
3.4.3	– Localização de zeros.....	29
3.4.4	– Quantidade de pólos .....	31
3.4.5	– Localização de pólos .....	35
<b>4</b>	<b>Análise de Sistemas com Tempo Morto</b> .....	39
4.1	– Tempo morto real .....	39
4.2	– Aproximação por série de Taylor .....	40
4.3	– Aproximação de Padé.....	42
<b>5</b>	<b>Controle</b> .....	49
5.1	– Estabilidade em sistemas com tempo morto .....	49
5.1.1	– Uso do critério de estabilidade de Nyquist.....	51
5.1.2	– Uso do critério de estabilidade de Hurwitz .....	53
5.1.3	– Preditor de Smith .....	58
5.2	– Estabilidade em sistemas de fase não-mínima .....	64
5.2.1	– Controle Proporcional.....	66

5.2.2 – Preditor de Smith em sistemas de fase não-mínima .....	66
5.3 – Erro estacionário e Resposta transitória em sistemas com tempo morto .....	70
5.3.1 – Ajuste de controle pelo método Ziegler-Nichols.....	70
5.3.2 – Projeto de Controle com aproximação de Padé.....	74
5.3.3 – Preditor de Smith .....	77
5.4 – Erro estacionário e Resposta transitória em sistemas de fase não-mínima .....	81
5.4.1 – Ajuste de controle pelo método Ziegler-Nichols.....	82
5.4.2 – Projeto analítico de controle .....	85
5.4.3 – Preditor de Smith .....	88
5.4.4 – O problema específico do undershoot .....	91
5.4.5– Controle inicial negativo .....	92
5.4.6 – Filtro em série com a entrada de grau .....	96
5.4.7 – Controle não linear .....	98
<b>6 Conclusão .....</b>	<b>103</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>107</b>
<b>Apêndice A Código do Matlab para gerar gráficos do projeto.....</b>	<b>108</b>

# Lista de Figuras

Figura 2.1 – Aproximação do tempo morto por pólo de ordem $n$ .	4
Figura 2.2 – Aproximação do tempo morto por Padé de 3ª ordem.	6
Figura 2.3 – Aproximação do tempo morto por Padé de 2ª ordem.	6
Figura 2.4 – Aproximação do tempo morto por Padé de 1ª ordem.	7
Figura 2.5 – Exemplo de um circuito em ponte.	9
Figura 2.6 – Exemplo de sistema de 1ª ordem com um zero.	10
Figura 3.1 – Diagrama de blocos para sistema de 1ª ordem com um zero e entrada degrau unitário.	13
Figura 3.2 – Resposta no tempo para sistema de 1ª ordem variando a localização do zero.	13
Figura 3.3 – Resposta em frequência para sistema de 1ª ordem variando a localização do zero.	14
Figura 3.4 – Resposta no tempo para sistema de 2ª ordem com pólos múltiplos variando a localização do zero.	17
Figura 3.5 – Resposta em frequência para sistema de 2ª ordem com pólos múltiplos variando a localização do zero.	17
Figura 3.6 – Resposta no tempo para sistema de 2ª ordem variando a localização de um dos pólos.	19
Figura 3.7 – Resposta no tempo para sistema de 2ª ordem com pólos diferentes variando a localização do zero.	20
Figura 3.8 – Resposta em frequência para sistema de 2ª ordem com pólos diferentes variando a localização do zero.	21
Figura 3.9 – Resposta no tempo para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois zeros.	22
Figura 3.10 – Resposta em frequência para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois zeros.	22
Figura 3.11 – Resposta no tempo para sistema de 4ª ordem variando a localização dos três zeros.	23
Figura 3.12 – Resposta em frequência para sistema de 4ª ordem variando a localização dos três zeros.	24
Figura 3.13 – Resposta no tempo para sistemas com um, dois e três zeros.	28
Figura 3.14 – Resposta em frequência para sistemas com um, dois e três zeros.	29



Figura 3.15 – Resposta no tempo para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois diferentes zeros. ....	30
Figura 3.16 – Resposta em frequência para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois diferentes zeros.....	30
Figura 3.17 – Resposta no tempo para sistemas com um e dois zeros.....	31
Figura 3.18 – Resposta no tempo para sistemas de 1ª, 2ª e 3ª ordem e somente um zero..	32
Figura 3.19 – Resposta no tempo para sistemas de 1ª e 2ª ordem.....	33
Figura 3.20 – Resposta no tempo para sistemas de 1ª e 2ª ordem em outra escala. ....	33
Figura 3.21 – Resposta em frequência para sistemas de 1ª e 2ª ordem. ....	34
Figura 3.22 – Resposta no tempo para diferentes sistemas mantendo a distância relativa entre pólos e zeros. ....	35
Figura 3.23 – Resposta em frequência para diferentes sistemas mantendo a distância relativa entre pólos e zeros. ....	36
Figura 3.24 – Sobreposição das respostas no tempo para sistemas variando o pólo e variando o zero. ....	37
Figura 3.25 – Sobreposição das respostas em frequência para sistemas variando o pólo e variando o zero. ....	37
Figura 4.1 – Resposta no tempo para sistema com atraso.....	39
Figura 4.2 – Resposta em frequência para sistema com atraso. ....	40
Figura 4.3 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Taylor para o atraso. ....	41
Figura 4.4 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Taylor para o atraso. ....	41
Figura 4.5 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso.....	42
Figura 4.6 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso.....	43
Figura 4.7 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Padé de 2ª ordem para o atraso.....	44
Figura 4.8 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Padé de 2ª ordem para o atraso.....	44
Figura 4.9 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Padé de 3ª ordem para o atraso.....	45

Figura 4.10 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Padé de 3ª ordem para o atraso.....	46
Figura 4.11 – Comparação da resposta no tempo para sistema com tempo morto e sistemas com aproximação de Taylor e de Padé.....	47
Figura 4.12 – Comparação da resposta no tempo para sistema com tempo morto e sistema com aproximação de Padé de 8ª ordem.....	48
Figura 5.1 – Diagrama de blocos para controle proporcional sobre sistema com tempo morto. ....	50
Figura 5.2 – Resposta no tempo para controle proporcional sobre sistema com tempo morto. ....	50
Figura 5.3 – Diagrama de Nyquist para sistema com atraso. ....	52
Figura 5.4 – Diagrama de blocos para Preditor de Smith aplicado sobre sistema com tempo morto.....	58
Figura 5.5 – Diagrama equivalente para Preditor de Smith. ....	59
Figura 5.6 – Diagrama de blocos para simulação do Preditor de Smith aplicado em sistema com tempo morto.....	60
Figura 5.7 – Simulação para ganho proporcional com Preditor de Smith aplicado em sistema com tempo morto.....	61
Figura 5.8 – Simulação para ganho proporcional unitário com Preditor de Smith, variando a estimativa de atraso.....	62
Figura 5.9 – Simulação para ganho proporcional igual a 5 com Preditor de Smith, variando a estimativa de atraso.....	62
Figura 5.10 – Gráfico a partir de simulações para ganho crítico correspondente a atraso estimado.....	63
Figura 5.11 – Diagrama de Root Locus para o sistema de fase não-mínima. ....	64
Figura 5.12 – Ganho proporcional crítico para sistema de fase não-mínima.....	66
Figura 5.13 – Diagrama de blocos para Preditor de Smith aplicado sobre sistema de fase não-mínima.....	67
Figura 5.14 – Aumento do ganho proporcional com uso do Preditor de Smith em sistema de fase não-mínima.....	67
Figura 5.15 – Simulação para ganho proporcional igual a 10 com Preditor de Smith, variando a estimativa de pólos do sistema de fase não-mínima.....	68
Figura 5.16 – Simulação para ganho proporcional igual a 10 com Preditor de Smith, variando a estimativa do zero de fase não-mínima.....	69

Figura 5.17 – Diagrama de blocos de controle PID em sistema com tempo morto.....	71
Figura 5.18 – Controle PI ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema com tempo morto.....	72
Figura 5.19 – Controle PID ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema com tempo morto.....	73
Figura 5.20 – Comparação entre controle P, PI e PID ajustados pelo método de Ziegler-Nichols para sistema com tempo morto. ....	74
Figura 5.21 – Diagrama de Root Locus para sistema com tempo morto. ....	76
Figura 5.22 – Controle PI para sistema com tempo morto calculado com a aproximação de Padé.....	77
Figura 5.23 – Diagrama de blocos equivalente para controle com Preditor de Smith em sistema com tempo morto.....	78
Figura 5.24 – Diagrama de blocos para controle PI com Preditor de Smith em sistema com tempo morto.....	79
Figura 5.25 – Controle PI com Preditor de Smith calculado para sistema com tempo morto. ....	79
Figura 5.26 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa do atraso no tempo. ....	80
Figura 5.27 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa dos pólos do sistema com tempo morto.....	81
Figura 5.28 – Diagrama de blocos para controle PI em sistema de fase não-mínima....	82
Figura 5.29 – Controle PI ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema de fase não-mínima.....	83
Figura 5.30 – Diagrama de blocos para controle PID aplicado em sistema de fase não-mínima.....	84
Figura 5.31 – Controle PID ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema de fase não-mínima. ....	84
Figura 5.32 – Controle PI calculado para sistema de fase não-mínima. ....	86
Figura 5.33 – Controle PI para sistema de fase não-mínima, variando o ganho proporcional.....	87
Figura 5.34 – Controle PI para sistema de fase não-mínima, variando o ganho do integrador.....	87
Figura 5.35 – Diagrama de blocos para controle PI com Preditor de Smith aplicado em sistema de fase não-mínima.....	89

Figura 5.36 – Controle PI com Preditor de Smith calculado para sistema de fase não-mínima.....	89
Figura 5.37 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa do zero de fase não-mínima.....	90
Figura 5.38 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa dos pólos do sistema de fase não-mínima.....	91
Figura 5.39 – Sinal de controle inicial negativo, trocando para um valor positivo.....	93
Figura 5.40 – Controle inicial negativo aplicado em sistema de fase não-mínima.....	95
Figura 5.41 – Controle de sucessivas trocas entre nível negativo e positivo aplicado em sistema de fase não-mínima.....	96
Figura 5.42 – Diagrama de blocos para filtro inserido em série com a entrada e controle PI aplicado em sistema de fase não-mínima.....	97
Figura 5.43 – Sinal de saída para controle PI com filtro inserido em série com a entrada, para sistema de fase não-mínima.....	97
Figura 5.44 – Controle PI com Preditor de Smith aplicado sobre sistema de fase não-mínima.....	98
Figura 5.45 – Diagrama do controle não linear com Preditor de Smith aplicado sobre sistema de fase não-mínima.....	99
Figura 5.46 – Sinais de erro, controle e saída para controle não linear com Preditor de Smith aplicado.....	100
Figura 5.47 – Sinais de erro, controle e saída para controle não linear com Preditor de Smith com ganho proporcional variando com função do erro.....	101
Figura 5.48 – Sinais de erro, controle e saída para controle não linear com Preditor de Smith com ganho proporcional variando com função linear do erro.....	102

# Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Tabela de Padé para a função exponencial .....	5
Tabela 5.1 – Tabela de Ziegler-Nichols para ajuste de controle .....	71

# 1 Introdução

Este trabalho abordará análise e controle de sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima. Estas classes de sistemas aparecem em processos industriais e apresentam dificuldades especiais em seus controles. Muitos procedimentos excluem a aplicação a sistemas de fase não-mínima e a sistemas com tempo morto. Em grande parte dos textos de controle, estes sistemas são pouco considerados, e quando aparecem são tratados superficialmente. Neste documento serão discutidas mais extensivamente as características de sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima.

Será feita uma análise sobre a influência dos zeros em sistemas de fase não-mínima, também avaliando como os pólos contribuem nestes sistemas. Em sistemas com tempo morto, serão utilizadas aproximações para o fator tempo morto. A aproximação de Padé para tempo morto substitui este fator por pólos e zeros [1]. Será destacada uma interessante semelhança entre o efeito do tempo morto em sistemas com atraso de transporte e o efeito de zeros em sistemas de fase não-mínima.

Ao discutir sobre controle, serão tratados os limites da estabilidade, levando em consideração as restrições causadas pelo tempo morto e por zeros de fase não-mínima. Para isso, serão utilizados os critérios de estabilidade de Nyquist [4] [12] e de Hurwitz [13], a fim de definir o ganho crítico para sistemas com tempo morto. Esta discussão também apresentará o método de compensação do atraso denominado Preditor de Smith [6] [9], avaliando sua eficiência. Considerando a semelhança entre sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima, a aplicação do Preditor de Smith será estendida a sistemas de fase não-mínima.

Após estudar a estabilidade, os assuntos tratados serão eliminar o erro estacionário e melhorar o desempenho da resposta transitória. Em primeiro lugar será aplicado um procedimento empírico clássico para ajustar controladores PI e PID. Este procedimento proposto por Ziegler-Nichols é chamado de “Método da sensibilidade limite” [9], e será estendido também a sistemas de fase não-mínima, seguindo a idéia de que tempo morto e zeros de fase não-mínima se assemelham.

Para projeto de controle analítico, o tempo morto será substituído por uma aproximação de Padé, contornando a dificuldade apresentada pelo fator exponencial. Os

controles clássicos PI e PID serão calculados, assim como será feito para sistemas de fase não-mínima. O preditor de Smith será utilizado na tentativa de melhorar o desempenho do sistema de controle. Este método também será aplicado em sistemas de fase não-mínima.

Sobre o undershoot presente na resposta de sistemas de fase não-mínima, será verificado por resoluções analíticas que não é possível anular este comportamento, pois a solução obtida não é executável. Um controle intuitivo será aplicado, com intuito de inverter inicialmente a entrada para resolver o undershoot, porém sem êxito. Para uma solução possível, um filtro será colocado em série com a entrada, com objetivo de suavizar o salto na entrada, atenuando o undershoot. Com uma pequena introdução a controle não-linear, serão utilizadas regras de controle com ganhos variáveis com o erro.

## **1.1 – Descrição do documento**

Este trabalho distribui-se em seis capítulos. O capítulo 2 traz uma introdução teórica de sistemas com tempo morto e de fase não mínima, explicitando suas principais características e comportamento.

No capítulo 3 é feita uma ampla análise de sistemas de fase não mínima para estabelecer os fatores responsáveis pelas particularidades encontradas nestes sistemas. Para isso, resposta no tempo e resposta em frequência são geradas para diferentes localizações e quantidades de pólos e zeros.

O 4º capítulo analisa o tempo morto, apresentando possíveis substituições para este fator.

Diferentes formas de controle encontram-se no capítulo 5, começando por tratar a estabilidade e em seguida o erro estacionário e a fase transitória da saída, tanto para sistemas com tempo morto quanto para sistemas de fase não-mínima.

O último capítulo apresenta as conclusões obtidas com as análises e controles dos sistemas.

## 2 Revisão Teórica

Neste capítulo será feita uma revisão de sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima, destacando suas principais características. Como padrão neste trabalho, será utilizado um degrau unitário como entrada, aplicado após uma unidade de tempo para melhor visualizar o início da resposta no tempo. A escala padrão neste trabalho para resposta no tempo é a faixa de 0 a 20 unidades de tempo.

### 2.1 – Sistemas com Tempo Morto

Ao aplicar uma entrada em malha aberta a um sistema com tempo morto, durante um intervalo de tempo o sistema não reage. Este período corresponde ao próprio tempo morto.

Em geral, a resposta transiente de um sistema começa imediatamente após a aplicação da entrada. Entretanto, no caso do tempo morto a saída permanece nula por um intervalo de tempo  $\theta$ . No domínio da transformada de Laplace, este atraso de tempo entre a entrada e a saída é descrito pela função de transferência  $e^{-\theta s}$ .

Atraso de transporte, ou tempo morto  $\theta$ , pode ser definido como um sistema cujo sinal de saída é idêntico ao sinal de entrada, porém atrasado de um intervalo finito de tempo  $\theta$ .

Por exemplo, seja  $c(t)$  resultante do atraso sofrido por  $r(t)$ :

$$\begin{aligned}c(t) &= r(t - \theta) \\ C(s) &= R(s)e^{-\theta s}\end{aligned}$$

Considerando somente o fator atraso:

$$\begin{aligned}G(s) &= e^{-\theta s} \\ G(j\omega) &= e^{-j\omega\theta}\end{aligned}$$



$$\begin{cases} |G(j\omega)|=1 \\ \angle G(j\omega)=-\omega\theta \end{cases}$$

A amplitude da saída é igual à da entrada e a defasagem da saída em relação à entrada é proporcional à frequência de excitação.

A estabilidade é uma característica fundamental para todo tipo de sistema. Para manipular um sistema, é preciso em primeiro lugar garantir que este seja estável. Para analisar a estabilidade de sistemas com atraso de transporte, pode-se expressar o fator exponencial  $e^{-\theta s}$  pelo limite:

$$e^{-\theta s} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 + \frac{\theta s}{n}} \right)^n$$

Utilizando um fator finito para  $n$ , a função é aproximada por um pólo de ordem  $n$  localizado em  $\frac{-n}{\theta}$  [1]. Para ilustrar esta aproximação, segue simulação abaixo.

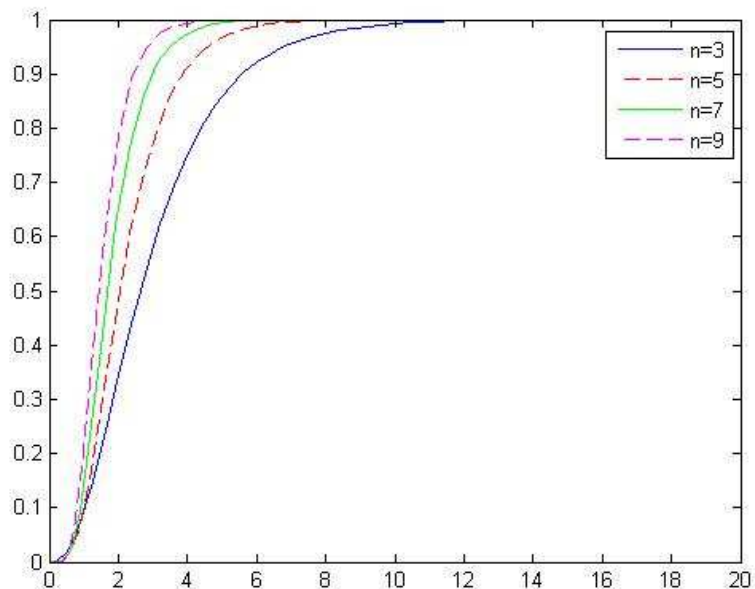


Figura 2.1 – Aproximação do tempo morto por pólo de ordem  $n$ .

Há outra aproximação bastante conhecida e utilizada ao trabalhar com sistemas com tempo morto: a Tabela de Padé. Esta tabela é uma coleção de funções racionais

aproximadas para diferentes graus de numerador e denominador. A Tabela de Padé para a função  $e^{-x}$  apresenta-se a seguir.

$\frac{1}{1}$	$\frac{1-x}{1}$	$\frac{1-x+\frac{x^2}{2!}}{1}$	$\frac{1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}}{1}$
$\frac{1}{1+x}$	$\frac{1-\frac{x}{2}}{1+\frac{x}{2}}$	$\frac{1-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{1}{3}x}$	$\frac{1-\frac{3}{4}x+\frac{2}{4}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{4}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{1}{4}x}$
$\frac{1}{1+x+\frac{x^2}{2!}}$	$\frac{1-\frac{1}{3}x}{1+\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\frac{x^2}{2!}}$	$\frac{1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}\frac{x^2}{2!}}$	$\frac{1-\frac{3}{5}x+\frac{3}{10}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{10}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{2}{5}x+\frac{1}{10}\frac{x^2}{2!}}$
$\frac{1}{1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}}$	$\frac{1-\frac{1}{4}x}{1+\frac{3}{4}x+\frac{2}{4}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{4}\frac{x^3}{3!}}$	$\frac{1-\frac{2}{5}x+\frac{1}{10}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{3}{5}x+\frac{3}{10}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{10}\frac{x^3}{3!}}$	$\frac{1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{5}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{20}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{1}{2}x+\frac{1}{5}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{20}\frac{x^3}{3!}}$
$\frac{1}{1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}}$	$\frac{1-\frac{1}{5}x}{1+\frac{4}{5}x+\frac{3}{5}\frac{x^2}{2!}+\frac{2}{5}\frac{x^3}{3!}+\frac{1}{5}\frac{x^4}{4!}}$	$\frac{1-\frac{1}{3}x+\frac{1}{15}\frac{x^2}{2!}}{1+\frac{2}{3}x+\frac{2}{5}\frac{x^2}{2!}+\frac{1}{5}\frac{x^3}{3!}+\frac{1}{15}\frac{x^4}{4!}}$	$\frac{1-\frac{3}{7}x+\frac{1}{7}\frac{x^2}{2!}-\frac{1}{35}\frac{x^3}{3!}}{1+\frac{4}{7}x+\frac{2}{7}\frac{x^2}{2!}+\frac{4}{35}\frac{x^3}{3!}+\frac{1}{35}\frac{x^4}{4!}}$

Tabela 2.1 – Tabela de Padé para a função exponencial  
Fonte: Truxal, J.G. [1].

As aproximações de Padé são representadas por coeficientes, obtidos com a função do Matlab `pade(T,N)`, definindo o atraso T e a ordem N de aproximação.

Abaixo, simulações para resposta ao degrau da aproximação de Padé para 3ª, 2ª e 1ª ordem, comparadas ao sinal original atrasado de  $\theta = 5s$ .

Gráfico com a aproximação de Padé de 3ª ordem:

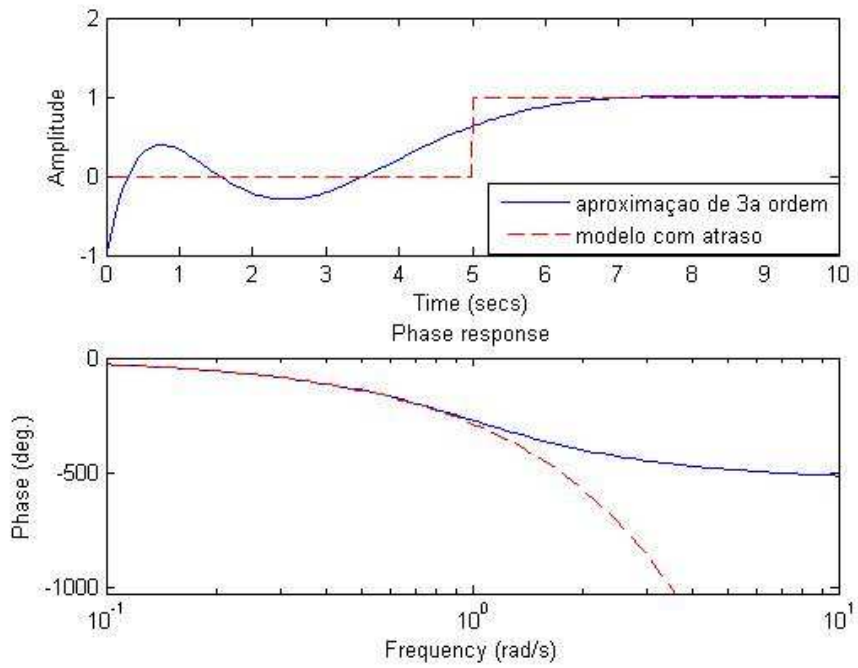


Figura 2.2 – Aproximação do tempo morto por Padé de 3ª ordem.

Aproximação de Padé de 2ª ordem:

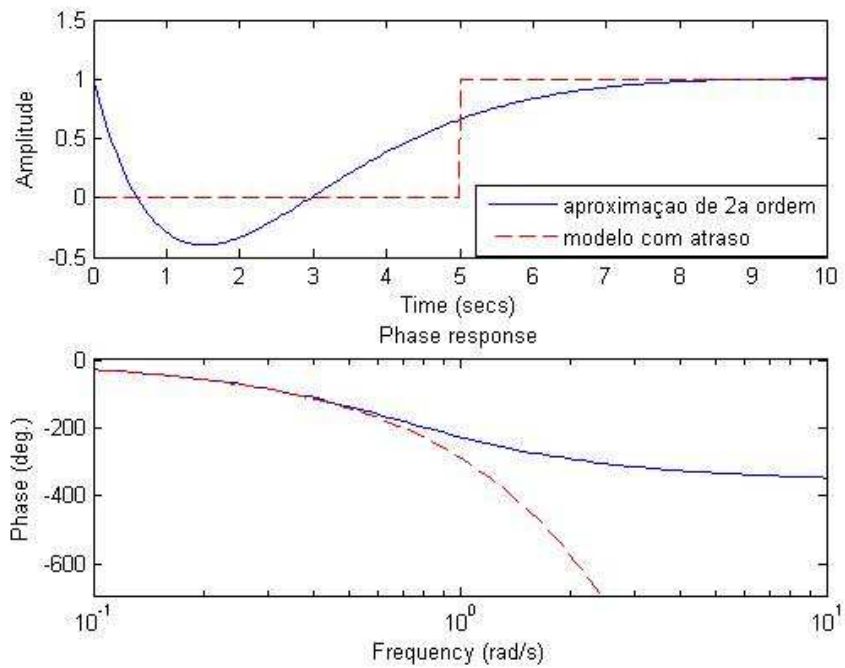


Figura 2.3 – Aproximação do tempo morto por Padé de 2ª ordem.

### Aproximação de Padé de 1ª ordem:

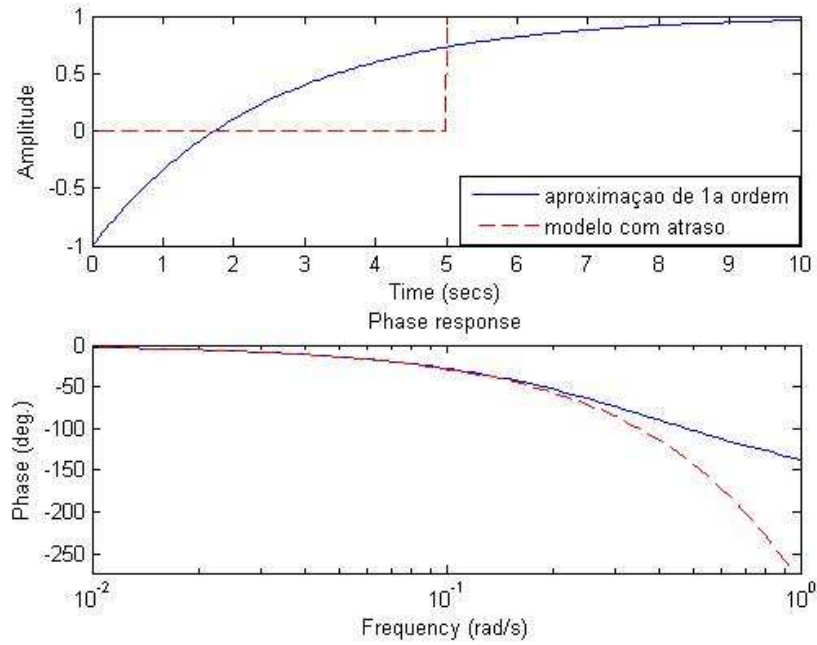


Figura 2.4 – Aproximação do tempo morto por Padé de 1ª ordem.

A aproximação de Padé de 1ª ordem é geralmente usada para analisar sistemas com tempo morto. Esta aproximação será, portanto adotada neste trabalho, para possibilitar desenvolvimentos analíticos, simplificando os cálculos.

## 2.2 – Sistemas de Fase Não-Mínima

Neste projeto, consideram-se sistemas lineares estáveis, cujos pólos se localizam no semi-plano esquerdo do plano complexo. Na maioria dos casos considerados na literatura, os zeros dos sistemas também se encontram à esquerda do eixo.

Sistemas lineares de fase não-mínima são os sistemas com função de transferência apresentando zeros no semi-plano direito aberto do plano  $s$ . Esse tipo de sistema é encontrado em circuitos elétricos em ponte, termômetros de bulbo, aeronaves, barcos, etc. [2] [11]

Um zero à direita contribui com atraso de fase, da mesma forma que um pólo à esquerda também atrasa a fase. A presença de zero no semi-plano direito (SPD) resulta em uma fase mais negativa que o caso de não existir zero à direita, ou ainda com a localização de zero à esquerda, pois este último adianta a fase. Os sistemas de fase não-mínima correspondem a uma defasagem mais acentuada em relação à defasagem mínima.

Quando se compara a variação de fase de um sistema com zeros no SPD e outro com zeros no semi-plano esquerdo (SPE), observa-se que a variação de fase de um sistema com todos os zeros no semi-plano esquerdo é sempre menor, com  $\omega$  variando de zero a infinito. Portanto, a função de transferência com todos os seus zeros no SPE é dita de fase mínima. Ela é chamada de função de transferência de fase não-mínima se tiver zeros no semi-plano direito. O significado do termo fase mínima deve ser entendido como sendo a menor variação possível de fase para uma dada curva de módulo. [3] [10]

Para um pólo em  $s = -a$  (SPE):

*Fase*

$$-\angle\left(1 + \frac{j\omega}{a}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

Considerando um zero em  $s = a$ , ou seja, SPD:

*Módulo*

$$\left|1 - \frac{j\omega}{a}\right| = \left|1 + \frac{j\omega}{a}\right| = \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{a^2}}$$

*Fase*

$$\angle\left(1 - \frac{j\omega}{a}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

Um zero à direita contribui com o mesmo módulo que um zero à esquerda, mas a fase de um zero no SPD corresponde à contribuição de fase de um pólo no semi-plano esquerdo.

Para melhor compreender o conceito de sistema de fase não-mínima, segue um exemplo.

Circuitos em ponte

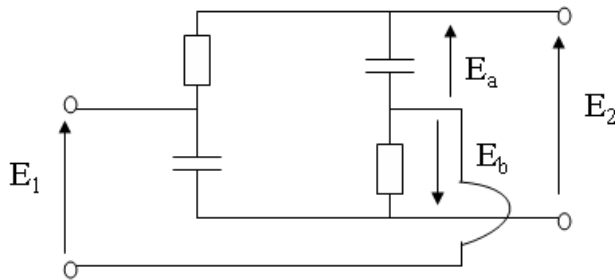


Figura 2.5 – Exemplo de um circuito em ponte.

$$E_2(s) = E_a(s) - E_b(s) = E_1(s) \frac{1/sC}{R + 1/sC} - E_1(s) \frac{R}{R + 1/sC}$$

$$E_2(s) = E_1(s) \frac{1 - sT}{1 + sT}, \quad \text{onde } T = RC$$

Resposta em freqüência:

$$\rho = \left| \frac{1 - j\omega T}{1 + j\omega T} \right| = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = 1$$

$$\phi = \arctan(-\omega T) - \arctan(\omega T) = -2 \arctan(\omega T)$$

Quando

$$\omega \rightarrow 0, \phi \rightarrow 0$$

$$\omega \rightarrow \infty, \phi \rightarrow -\pi$$

Resposta transitória:

Se  $E_1(s)$  é um degrau unitário positivo (ou seja,  $E_1(s) = \frac{1}{s}$ ), os teoremas do

valor inicial e do valor final permitem calcular:

$$\lim_{t \rightarrow 0} e_2(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{1 - sT}{s(1 + sT)} = -1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1 - sT}{s(1 + sT)} = +1$$

Para ilustrar este exemplo, segue abaixo o gráfico de resposta ao degrau para sistema com pólo em -1 e zero em 1.

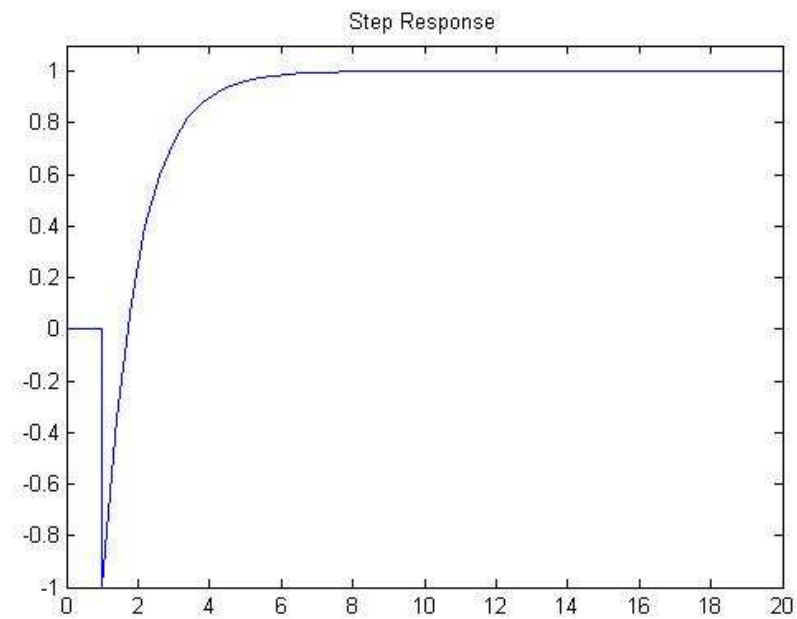


Figura 2.6 – Exemplo de sistema de 1ª ordem com um zero.

Com este gráfico percebe-se que o início da resposta é negativo, contrário à referência positiva, como foi dito sobre essa classe de sistemas.

# 3 Análise de Sistemas de Fase Não-Mínima

Para analisar esta classe de sistemas consideram-se diferentes quantidades de zeros e pólos, variando suas posições para entender o efeito de cada um destes fatores. Para tal, são exibidas resposta no tempo e na frequência, com intuito de abranger todas as importantes características.

Os sistemas considerados são de grau relativo unitário, ou seja, o número de pólos supera em uma unidade o número de zeros. Como exceção, para os sistemas de 1ª ordem o grau relativo será nulo, pois apresentará um pólo e um zero de fase não-mínima.

## 3.1 – Sistema com um zero

Nesta seção, são avaliados sistemas com somente um zero. Dentre estes, sistemas com somente um pólo, pólos múltiplos e pólos diferentes.

### 3.1.1 – Sistema de 1ª ordem

A partir do sistema com função de transferência  $H(s) = \frac{1-\alpha s}{1+s}$ , isto é, um pólo em  $s = -1$  e zero em  $s = \frac{1}{\alpha}$ , a resposta no tempo ao degrau unitário é desenvolvida analiticamente:

$$H(s) = \frac{1-\alpha s}{1+s}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = H(s)U(s)$$

$$Y(s) = \frac{1-\alpha s}{s(1+s)}$$



Desenvolvendo por frações parciais:

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1+\alpha}{1+s}$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$y(t) = [1 - e^{-t} - \alpha e^{-t}]u(t)$$

Fazendo agora uma generalização para um sistema com um pólo em  $-\frac{1}{\tau}$ :

$$H(s) = \frac{1-\alpha s}{1+\tau s}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = H(s)U(s) = \frac{1-\alpha s}{s(1+\tau s)}$$

Resolvendo por frações parciais:

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\alpha + \tau}{1 + \tau s}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\alpha + \tau}{\tau(1/\tau + s)}$$

E assim

$$\mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = y(t) = \left[1 - \left(\frac{\alpha}{\tau} + 1\right)e^{-t/\tau}\right]u(t)$$

O cálculo da resposta no tempo mostra que  $y(t)$  começa em um valor negativo. Este valor inicial é alterado ao mudar  $\alpha$  ou  $\tau$ . A expressão calculada para  $y(t)$  é um valor constante mais outro fator. No primeiro caso, com pólo em -1 acontece um salto para  $-\alpha$  no início da resposta. Este comportamento é também observado como a descontinuidade na simulação a seguir, para pólo em -1 e zero variando conforme diagrama abaixo.



Figura 3.1 – Diagrama de blocos para sistema de 1ª ordem com um zero e entrada degrau unitário.

Variando o valor de  $\alpha$  neste sistema, a resposta no tempo resulta em:

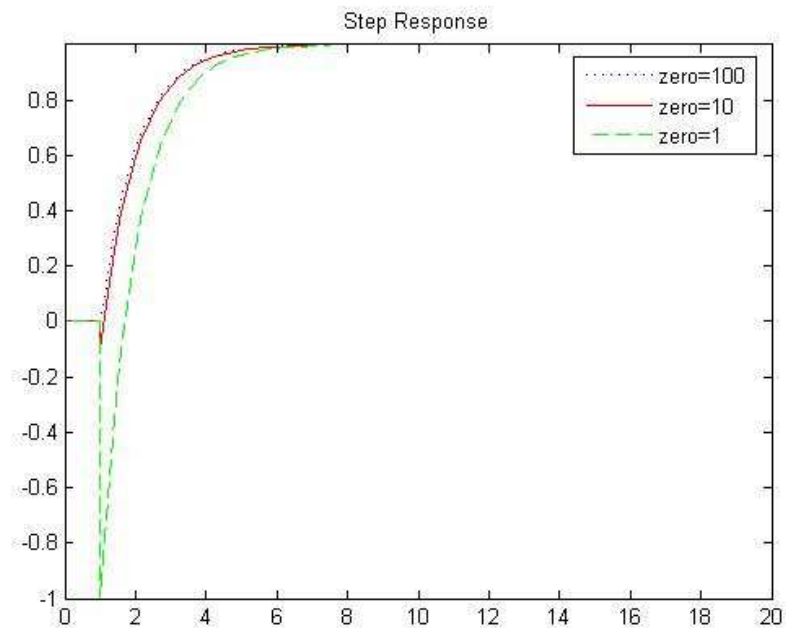


Figura 3.2 – Resposta no tempo para sistema de 1ª ordem variando a localização do zero.

Considerando o domínio da frequência, o diagrama de Bode é apresentado a seguir:

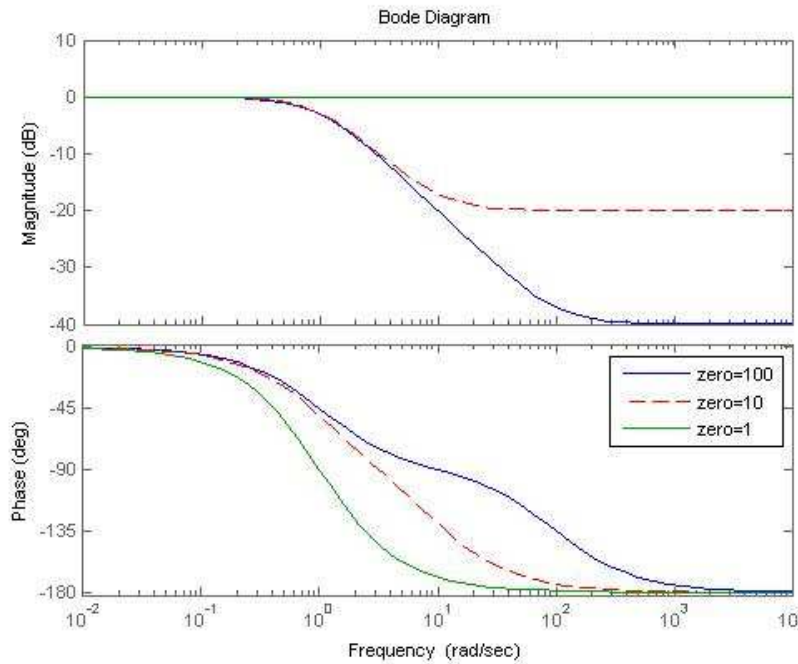


Figura 3.3 – Resposta em frequência para sistema de 1ª ordem variando a localização do zero.

Observando o gráfico da resposta à entrada degrau unitário no domínio do tempo, nota-se uma descontinuidade no início da curva. Isto se deve ao fato de haver o mesmo número de pólos e zeros no sistema, ou seja, um grau relativo nulo.

A saída começa negativa e logo em seguida retoma seu comportamento esperado de seguir a entrada. Este início contrário ao esperado é característico de sistemas de fase não-mínima, como já foi mostrado anteriormente.

A posição do zero mais próxima à origem corresponde a um valor de  $\alpha$  maior. Como o undershoot neste caso é dado pelo valor de  $\alpha$ , então para zero mais próximo à origem o undershoot é maior, o que é verificado tanto na resolução analítica quanto no gráfico.

No diagrama de Bode, no gráfico de magnitude, o módulo fica mais negativo conforme o zero se afasta da origem. O declive de -20dB/dec devido ao pólo em  $\omega = 1$  faz com que o módulo decresça até a frequência em que o zero se encontra, com sua contribuição de +20dB/dec, anulando a inclinação do gráfico. Com ganho estático unitário, o módulo inicial é 0dB.

A curva em verde, para zero em  $s=1$ , é o caso de pólo e zero simétricos, o mesmo caso da ilustração exibida no capítulo anterior.

No gráfico de fase, quanto mais próximo o zero se encontra da origem, a defasagem ocorre em uma frequência mais baixa.

A fase do sistema tende a  $-180^\circ$ , conforme a frequência aumenta. Então, o zero contribui com uma fase correspondente a um pólo, por estar localizado no SPD.

Nota-se que o efeito do zero é atenuado quando se encontra em frequências mais altas. Relacionando a resposta em frequência com o efeito no tempo, quanto mais baixa a frequência em que o zero se encontra, mais acentuado é o undershoot.

### 3.1.2 – Sistema de 2ª ordem

Acrescentando um pólo ao sistema estudado, resultando em dois pólos iguais em  $s = -1$ , calculando a resposta ao degrau unitário:

$$H(s) = \frac{1 - \alpha s}{(1 + s)^2}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = H(s)U(s)$$

$$Y(s) = \frac{1 - \alpha s}{s(1 + s)^2}$$

Desenvolvendo por frações parciais:

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{1 + s} - \frac{1 + \alpha}{(1 + s)^2}$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$y(t) = \left[ 1 - e^{-t} - (1 + \alpha)t e^{-t} \right] u(t)$$

Para um sistema com dois pólos iguais em  $-\frac{1}{\tau}$ :

$$H(s) = \frac{1 - \alpha s}{(1 + \tau s)^2}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = H(s)U(s) = \frac{1 - \alpha s}{s(1 + \tau s)^2}$$

Expandindo  $Y(s)$  em frações parciais:

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{1 + \tau s} + \frac{C}{(1 + \tau s)^2}$$

$$\frac{1 - \alpha s}{s(1 + \tau s)^2} = \frac{A(1 + \tau s)^2 + B s(1 + \tau s) + C s}{s(1 + \tau s)^2}$$

$$1 - \alpha s = A\tau^2 s^2 + 2A\tau s + A + B\tau s^2 + B s + C s$$

$$A\tau^2 s^2 + B\tau s^2 = 0 \Rightarrow B = -A\tau$$

$$2A\tau s + B s + C s = -\alpha s \Rightarrow C = -\alpha - A\tau$$

$$A = 1$$

$$B = -\tau$$

$$C = -\alpha - \tau$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{1 + \tau s} - \frac{\alpha + \tau}{(1 + \tau s)^2}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau(1/\tau + s)} - \frac{\alpha + \tau}{\tau^2(1/\tau + s)^2}$$

E pela transformada inversa de Laplace:

$$y(t) = \left[ 1 - e^{-t/\tau} - \left( \frac{\alpha}{\tau^2} + \frac{1}{\tau} \right) t e^{-t/\tau} \right] u(t)$$

Simulando para o caso de dois pólos em -1 e zero em diferentes posições:

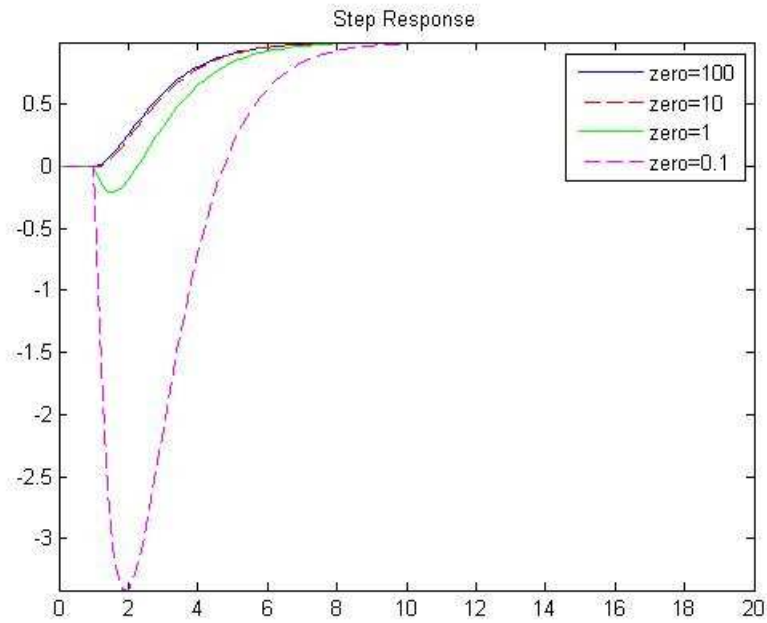


Figura 3.4 – Resposta no tempo para sistema de 2ª ordem com pólos múltiplos variando a localização do zero.

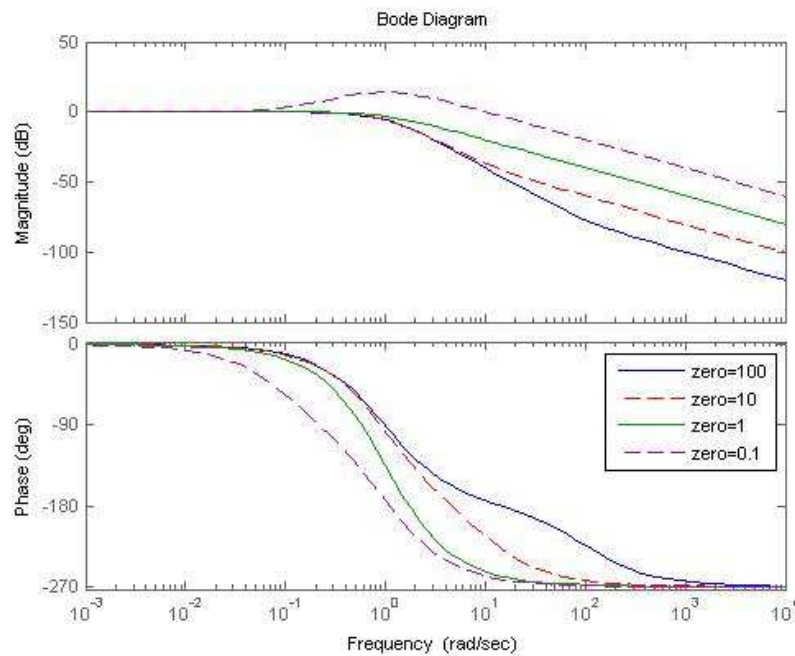


Figura 3.5 – Resposta em frequência para sistema de 2ª ordem com pólos múltiplos variando a localização do zero.

Para sistema de 2ª ordem não acontece mais descontinuidade. A presença do zero à direita resulta em um undershoot no início da resposta. Observando a resposta no

tempo, é possível notar que a presença de zero próximo à origem gera undershoot mais acentuado, ratificando o que foi mostrado na última subseção.

Para zero em  $s = 0.1$  há um aumento na magnitude, depois a curva segue com declive de  $-20\text{dB/dec}$ , pois a frequência onde se encontra o zero é menor que a dos pólos. Com um pólo a mais que o sistema anterior, o módulo sofre as contribuições:  $+20\text{dB/dec}$  do zero e  $-40\text{dB/dec}$  devido aos dois pólos.

O diagrama de Bode mostra atraso de fase acontecendo em frequência mais baixa para zero próximo à origem, assim como no caso anterior com um zero e um pólo. A curva tende para  $-270^\circ$ , como se houvesse três pólos devido à presença do zero no semi-plano direito.

### 3.1.3 – Sistema de 2ª ordem com pólos diferentes

Considerando agora dois pólos em posições diferentes, com um pólo fixo em  $-1$  e outro pólo em  $-N$ , calcula-se  $y(t)$ :

$$H(s) = \frac{1 - \alpha s}{(1 + s)\left(1 + \frac{s}{N}\right)}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = H(s)U(s)$$

$$Y(s) = \frac{1 - \alpha s}{s(1 + s)\left(1 + \frac{s}{N}\right)}$$

Desenvolvendo por frações parciais:

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{\frac{N(1 + \alpha)}{1 - N}}{1 + s} + \frac{\frac{1 + \alpha N}{N^2 - N}}{1 + \frac{s}{N}}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{\frac{N(1 + \alpha)}{1 - N}}{1 + s} + \frac{\frac{1 + \alpha N}{N^2 - N}}{\frac{1}{N}(N + s)}$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$y(t) = \left[ 1 + \frac{N(1+\alpha)}{1-N} e^{-t} + \frac{1+\alpha N}{N-1} e^{-Nt} \right] u(t)$$

Supondo o segundo pólo longe do primeiro em -1, com  $N \rightarrow \infty$ :

$$y(t) = \left[ 1 + \frac{N(1+\alpha)}{1-N} e^{-t} + \frac{1+\alpha N}{N-1} e^{-Nt} \right] u(t)$$

$$y(t) = \left[ 1 + \frac{1+\alpha}{-1} e^{-t} + e^{-\infty t} \right] u(t)$$

$$y(t) = \left[ 1 - e^{-t} - \alpha e^{-t} \right] u(t)$$

Para  $N \rightarrow \infty$ , isto é, o segundo pólo se afastando da origem e do outro pólo, a resposta é a mesma para o caso de sistema com um pólo em -1.

Para ilustrar este resultado, a seguir são apresentadas simulações para sistemas com um pólo em  $s=-1$  e outro pólo em  $s=-N$ , que serão comparadas com simulações de sistemas com apenas um pólo.

A figura abaixo mostra a resposta ao degrau para pólos se afastando. Para comparar o sistema com dois pólos afastados e o sistema com somente um pólo, segue abaixo a superposição das saídas dos sistemas citados:

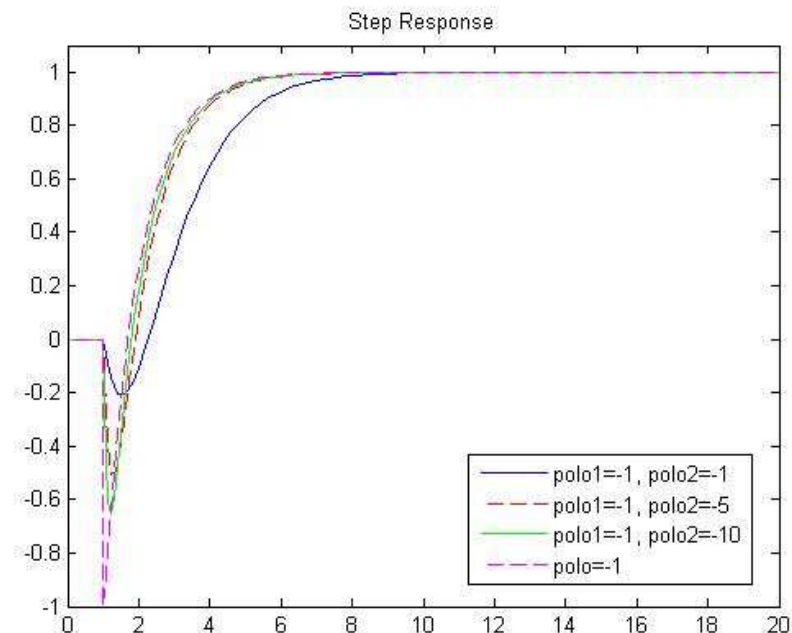


Figura 3.6 – Resposta no tempo para sistema de 2ª ordem variando a localização de um dos pólos.



O pólo que se afasta da origem não influencia a resposta do sistema, quando tende a infinito. O sistema se comporta como se este 2º pólo não existisse. Este valor para pólo afastado é relativo à localização do pólo dominante, mais próximo à origem. Sendo assim, este caso com 2º pólo longe do pólo dominante recai na discussão anterior de sistema com pólo unitário.

No gráfico com superposição para sistemas com um e dois pólos, percebe-se que quanto mais afastado o 2º pólo se encontra, mais a resposta se iguala à de um sistema com somente o 1º pólo. Quando o 2º pólo não está tão afastado, nota-se diferença entre as curvas, mas a semelhança da trajetória persiste. No início da resposta os sistemas com um pólo apresentam descontinuidade, mas os com dois pólos não.

Considerando o sistema com dois pólos, mais próximos entre si, em  $s = -1$  e  $s = -3$ :

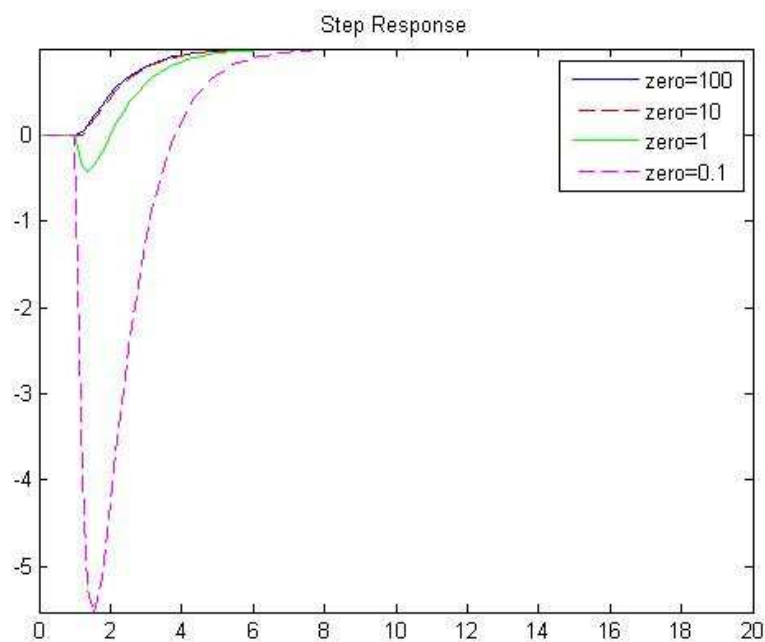


Figura 3.7 – Resposta no tempo para sistema de 2ª ordem com pólos diferentes variando a localização do zero.

Resposta em frequência:

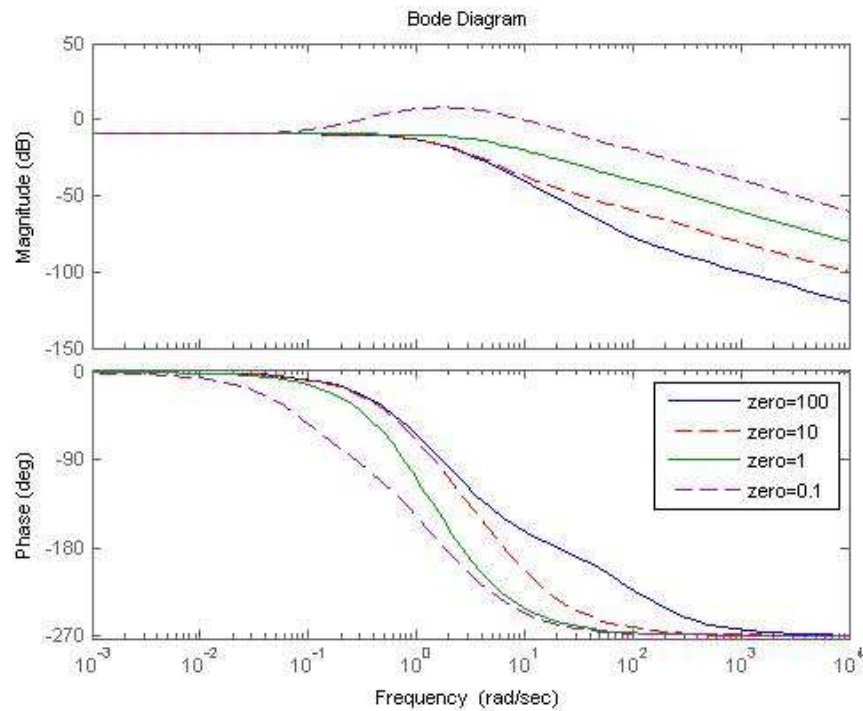


Figura 3.8 – Resposta em frequência para sistema de 2ª ordem com pólos diferentes variando a localização do zero.

Neste caso, o undershoot também aumenta conforme o zero se aproxima da origem.

No diagrama de Bode, o módulo sofre as contribuições +20dB/dec devido ao zero e -20dB/dec de cada pólo. Quanto à fase, o gráfico tende para  $-270^\circ$  como se o sistema tivesse três pólos, já que zero no SPD atrasa a fase assim como um pólo.

### 3.2 – Sistema com dois zeros

A partir de um sistema com dois zeros e três pólos, com função de transferência

$$H(s) = \frac{(1 - \alpha s)^2}{(1 + s)^2 (3 + s)}$$

### Resposta ao degrau no tempo

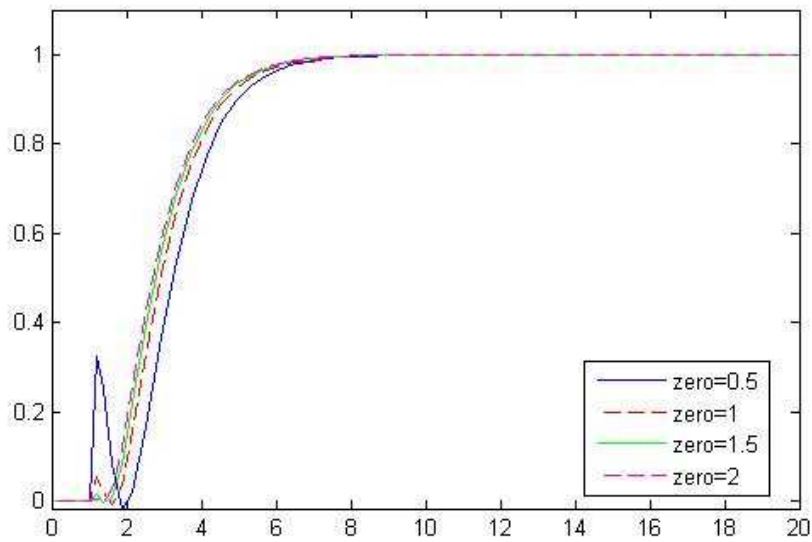


Figura 3.9 – Resposta no tempo para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois zeros.

### Resposta em frequência

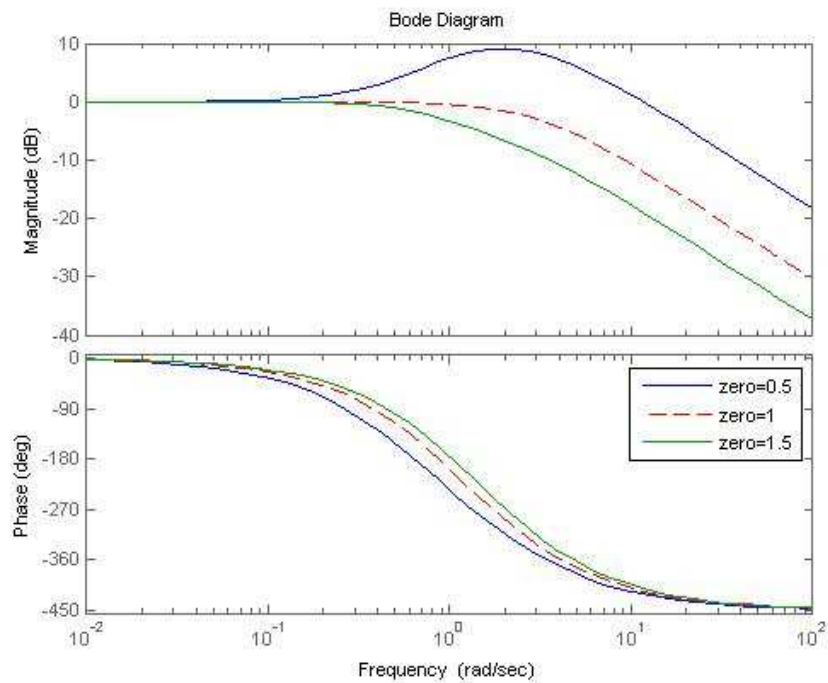


Figura 3.10 – Resposta em frequência para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois zeros.

Na resposta no tempo, aparece um overshoot seguido de um undershoot, e então o sistema busca seu valor final, rastreando a entrada degrau unitário.

Com dois zeros no sistema, a resposta ao degrau vai a positivo, depois a negativo, retornando a positivo para chegar ao valor de referência. Ou seja, há uma troca de sinal a mais do que no sistema com um zero estudado anteriormente.

O maior valor de undershoot, assim como também de overshoot, acontece para menores valores de zero à direita, como visto nos casos anteriores.

No diagrama de Bode, as curvas de magnitude apresentam uma inclinação de -20dB/dec, após a frequência correspondente ao 3º pólo (em  $s = -3$ ), já que as contribuições dos dois zeros e dois pólos coincidentes se anulam.

Quanto à fase, o gráfico tende a  $-450^\circ$ , correspondendo à contribuição de cinco pólos; ou seja, três pólos e mais dois zeros no SPD.

### 3.3 – Sistema com três zeros

Para sistema com três zeros e quatro pólos, segue função de transferência e

resposta no tempo e na frequência: 
$$H(s) = \frac{(1 - \alpha s)^3}{(1 + s)^2 (3 + s)^2}$$

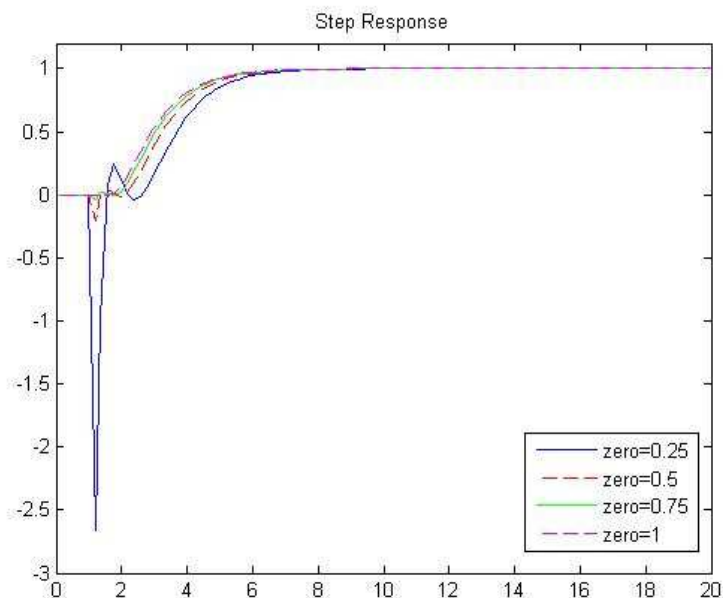


Figura 3.11 – Resposta no tempo para sistema de 4ª ordem variando a localização dos três zeros.

No gráfico acima aparecem três inflexões, visualizando um undershoot, seguido de overshoot e de um novo undershoot, mais atenuado.

Há uma relação entre o número de zeros do sistema e a quantidade de undershoots e overshoots na resposta. Para cada zero a mais, há um cruzamento a mais no eixo horizontal. A localização do zero mais próxima à origem, ou seja, em frequência mais baixa, corresponde a undershoot mais acentuado.

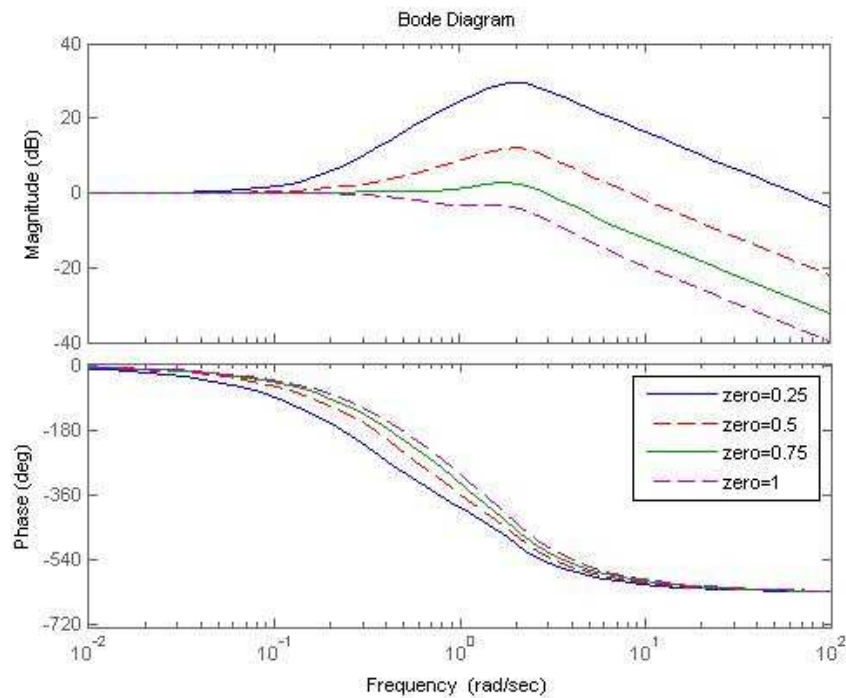


Figura 3.12 – Resposta em frequência para sistema de 4ª ordem variando a localização dos três zeros.

No diagrama de Bode, os três zeros contribuem com +60db/dec e os pólos em -1 com -40db/dec, assim como os pólos em -3 também acrescentam -40dB/dec. Quanto à frequência, os zeros se comportam como pólos e o gráfico tende para  $-630^\circ$ , como se fossem sete pólos.

### 3.4 – Influência de pólos e zeros

Nesta seção, serão analisados os comportamentos de pólos e zeros nos sistemas de fase não-mínima e como estes são responsáveis pelas mudanças que ocorrem nos sistemas. O número de zeros e pólos presentes e a localização dos mesmos alteram características importantes do sistema, como será visto a seguir.

#### 3.4.1 – Análise de pólos e zeros

Para o sistema com dois zeros em  $\frac{1}{\alpha}$  e três pólos em -1, resolvendo analiticamente:

$$H(s) = \frac{(1 - \alpha s)^2}{(1 + s)^3}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{(1 - \alpha s)^2}{s(1 + s)^3}$$

Por frações parciais:

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{1 + s} + \frac{C}{(1 + s)^2} + \frac{D}{(1 + s)^3}$$

$$\frac{(1 - \alpha s)^2}{s(1 + s)^3} = \frac{A(1 + s)^3 + B s(1 + s)^2 + C s(1 + s) + D s}{s(1 + s)^3}$$

$$1 - 2\alpha s + \alpha^2 s^2 = A s^3 + 3A s^2 + 3A s + A + B s^3 + 2B s^2 + B s + C s^2 + C s + D s$$

$$0 = A s^3 + B s^3 \Rightarrow B = -A$$

$$\alpha^2 s^2 = 3A s^2 + 2B s^2 + C s^2 \Rightarrow C = \alpha^2 - A$$

$$-2\alpha s = 3A s + B s + C s + D s \Rightarrow D = -\alpha^2 - 2\alpha - A$$

$$1 = A; B = -1; C = \alpha^2 - 1; D = -(\alpha + 1)^2$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{1 + s} + \frac{\alpha^2 - 1}{(1 + s)^2} - \frac{(\alpha + 1)^2}{(1 + s)^3}$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$y(t) = \left[ 1 - e^{-t} + (\alpha^2 - 1) t e^{-t} - \frac{1}{2} (\alpha + 1)^2 t^2 e^{-t} \right] u(t)$$

Considerando o sistema com dois zeros em  $\frac{1}{\alpha}$  e três pólos em  $-\frac{1}{\tau}$ :

$$H(s) = \frac{(1 - \alpha s)^2}{(1 + \tau s)^3}$$

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{(1 - \alpha s)^2}{s(1 + \tau s)^3}$$

Resolvendo por frações parciais:

$$Y(s) = \frac{As + B}{s} + \frac{C}{(1 + \tau s)} + \frac{D}{(1 + \tau s)^2} + \frac{E}{(1 + \tau s)^3}$$

$$(1 - \alpha s)^2 = (As + B)(1 + \tau s)^3 + Cs(1 + \tau s)^2 + Ds(1 + \tau s) + Es$$

$$1 - 2\alpha s + \alpha^2 s^2 = A\tau^3 s^4 + (3A\tau^2 + B\tau^3 + C\tau^2)s^3 + (3A\tau + 3B\tau^2 + 2C\tau + D\tau)s^2 + (A + 3B\tau + C + D + E)s + B$$

$$A\tau^3 s^4 = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$(3A\tau^2 + B\tau^3 + C\tau^2)s^3 = 0 \Rightarrow C = -B\tau$$

$$(3A\tau + 3B\tau^2 + 2C\tau + D\tau)s^2 = \alpha^2 s^2 \Rightarrow \tau(B\tau + D) = \alpha^2 \Rightarrow D = \frac{\alpha^2}{\tau} - B\tau$$

$$(A + 3B\tau + C + D + E)s = -2\alpha s \Rightarrow E = -2\alpha - \frac{\alpha^2}{\tau} - B\tau$$

$$B = 1 \Rightarrow C = -\tau \Rightarrow D = \frac{\alpha^2}{\tau} - \tau \Rightarrow E = -\left( \frac{\alpha^2}{\tau} + 2\alpha + \tau \right)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{(1 + \tau s)} + \frac{\frac{\alpha^2}{\tau} - \tau}{(1 + \tau s)^2} - \frac{\frac{\alpha^2}{\tau} + 2\alpha + \tau}{(1 + \tau s)^3}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau\left(\frac{1}{\tau} + s\right)} + \frac{\frac{\alpha^2}{\tau} - \tau}{\left[\tau\left(\frac{1}{\tau} + s\right)\right]^2} - \frac{\frac{\alpha^2}{\tau} + 2\alpha + \tau}{\left[\tau\left(\frac{1}{\tau} + s\right)\right]^3}$$

$$y(t) = \left[ 1 - e^{-t/\tau} + \left(\frac{\alpha^2}{\tau^3} - \frac{1}{\tau}\right)t e^{-t/\tau} - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^2}{\tau^4} + \frac{2\alpha}{\tau^3} + \frac{1}{\tau^2}\right)t^2 e^{-t/\tau} \right] u(t)$$

O undershoot presente na resposta está relacionado principalmente com a posição dos zeros, mas a localização dos pólos também influencia. Com zeros mais próximos à origem, o valor de  $\alpha$  é maior, logo o overshoot e undershoot apresentados são maiores, como foi observado nas seções passadas. Afastando os pólos da origem, o mesmo que diminuir  $\tau$ , o overshoot e o undershoot são acentuados.



### 3.4.2 – Quantidade de zeros

Mantendo a diferença entre número de zeros e pólos igual a um, varia-se a quantidade de zeros (juntamente com a de pólos) para obter a resposta no tempo abaixo.

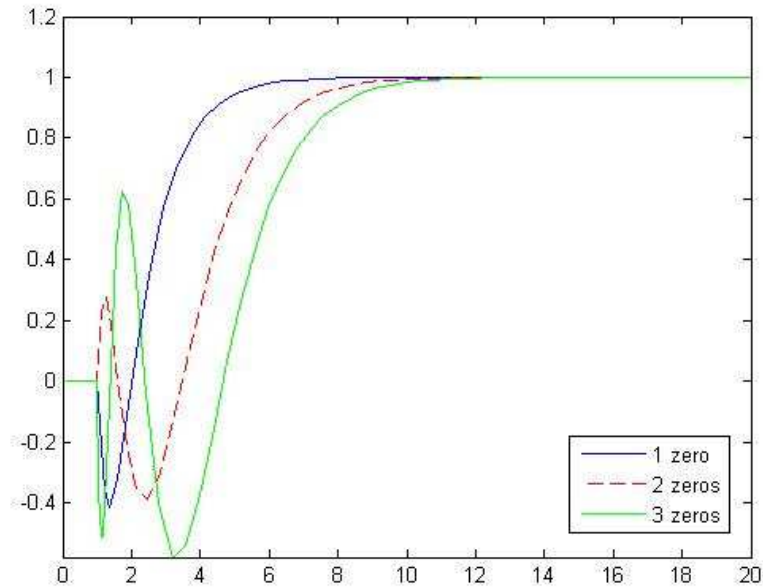


Figura 3.13 – Resposta no tempo para sistemas com um, dois e três zeros.

Cada zero no semi-plano direito é responsável por uma troca de sinal da resposta ao degrau. Isso representa um undershoot ou overshoot a mais. É possível observar no gráfico acima que para sistema com um zero a resposta apresenta uma troca de sinal somente; isto é, a saída começa negativa e passa para positiva. Com dois zeros, a resposta tem início positivo, passa a negativo e volta a positivo, totalizando duas trocas de sinal. Com três zeros, percebem-se três trocas de sinal até a resposta atingir a referência.

Logo, a partir da resposta no tempo, o número de zeros no semi-plano direito indica o número de trocas de sinal da saída. Para um zero, há uma troca de sinal, para dois zeros duas trocas de sinal, e assim por diante.

Nota-se também que maior quantidade de zeros causa aumento do valor de undershoot e overshoot.

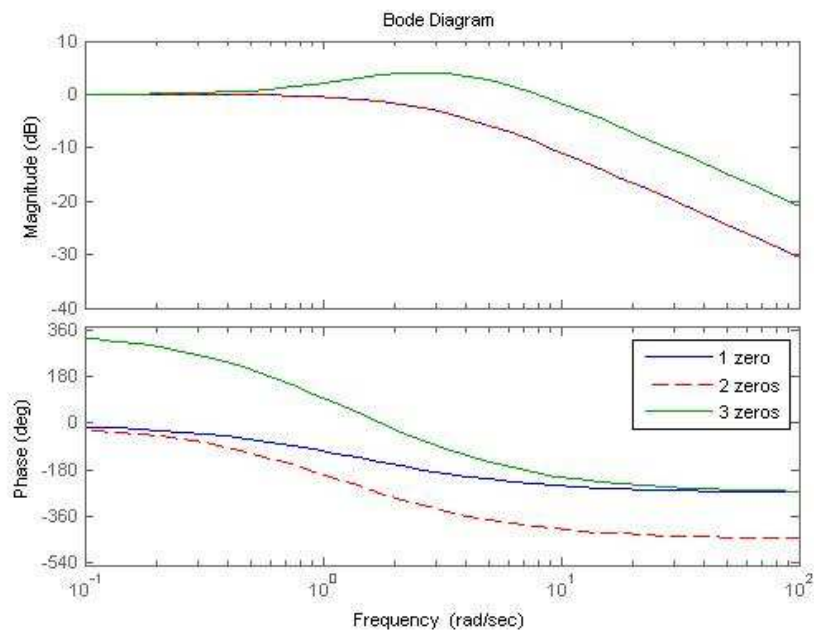


Figura 3.14 – Resposta em frequência para sistemas com um, dois e três zeros.

### 3.4.3 – Localização de zeros

Uma característica já indicada neste trabalho é que, conforme o zero à direita se aproxima da origem, maior é o undershoot inicial da resposta ao degrau unitário. Para abordar outros efeitos dependentes da posição dos zeros, os pólos são mantidos fixos em 1, -1, e -3, variando os dois zeros:

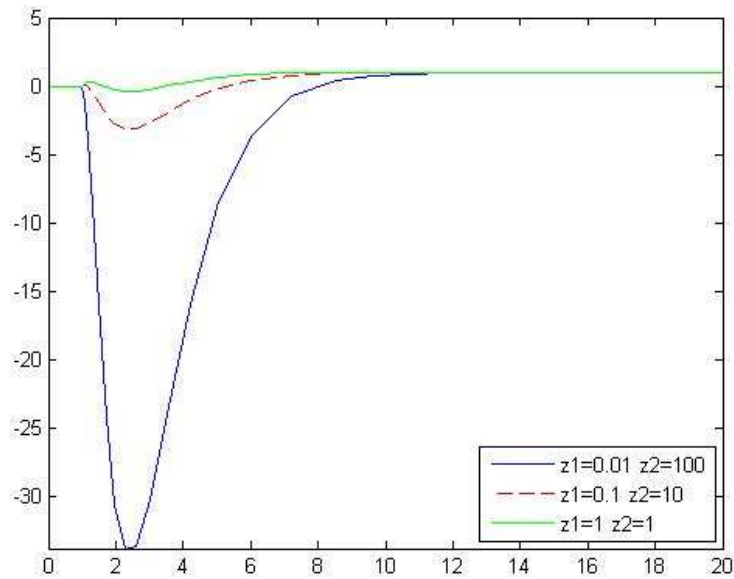


Figura 3.15 – Resposta no tempo para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois diferentes zeros.

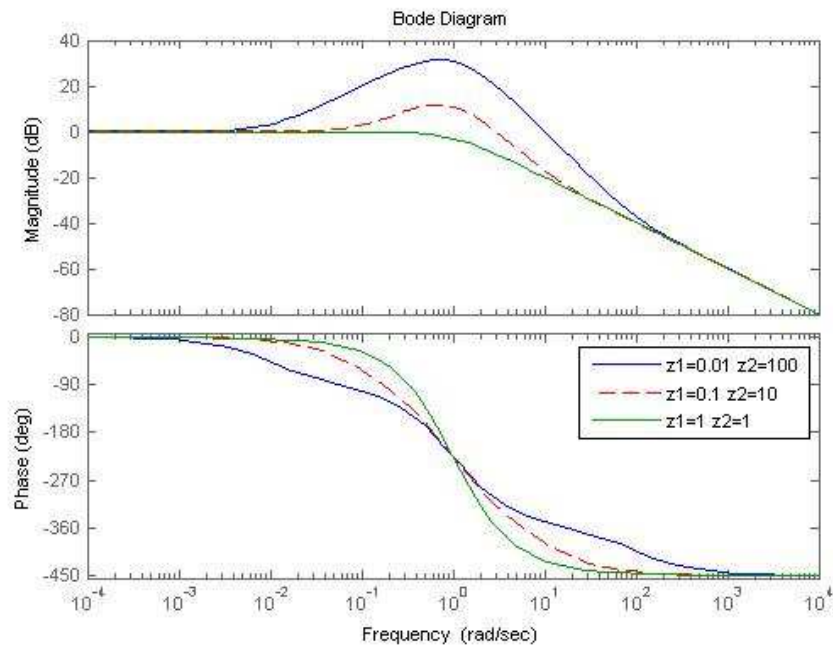


Figura 3.16 – Resposta em frequência para sistema de 3ª ordem variando a localização dos dois diferentes zeros.

De acordo com os gráficos acima, para sistemas com dois zeros, sendo um muito perto da origem e outro muito afastado, o undershoot é grande e o tempo de subida

também. Como observado anteriormente, a localização do zero muito próxima ao eixo resulta em undershoot acentuado e atraso de fase. Portanto mesmo que exista um segundo zero afastado, o zero mais próximo mantém sua influência sobre o sistema.

Analisando a questão de dominância do zero, fazendo uma comparação deste sistema com zeros diferentes e um sistema com um único zero:

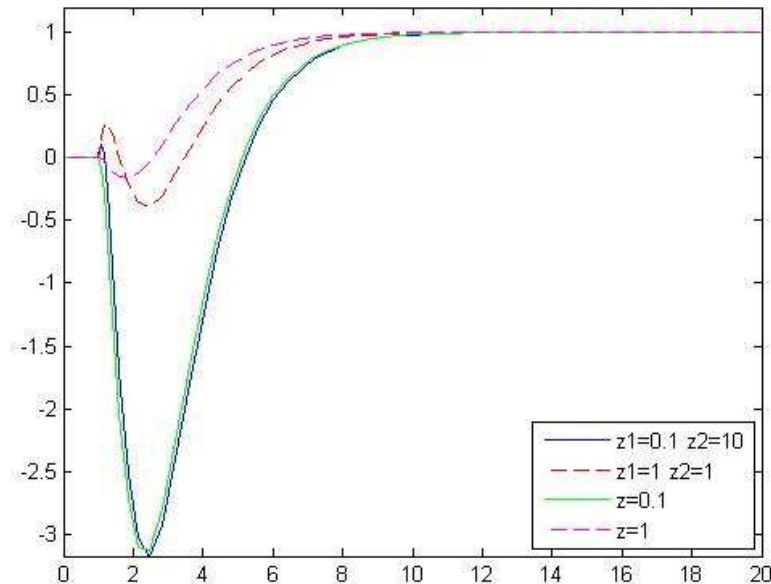


Figura 3.17 – Resposta no tempo para sistemas com um e dois zeros.

No gráfico, o sistema com dois diferentes zeros e o sistema com somente o zero “dominante” apresentam a resposta muito similar, a menos do efeito de overshoot na presença do 2º zero. Isto evidencia que realmente o “zero dominante” é responsável pelo comportamento da resposta, e localiza-se mais próximo à origem.

### 3.4.4– Quantidade de pólos

Para avaliar a influência do número de pólos em um sistema, o gráfico abaixo mostra sistemas com dois, três e quatro pólos múltiplos em -1, todos com zero em 1.

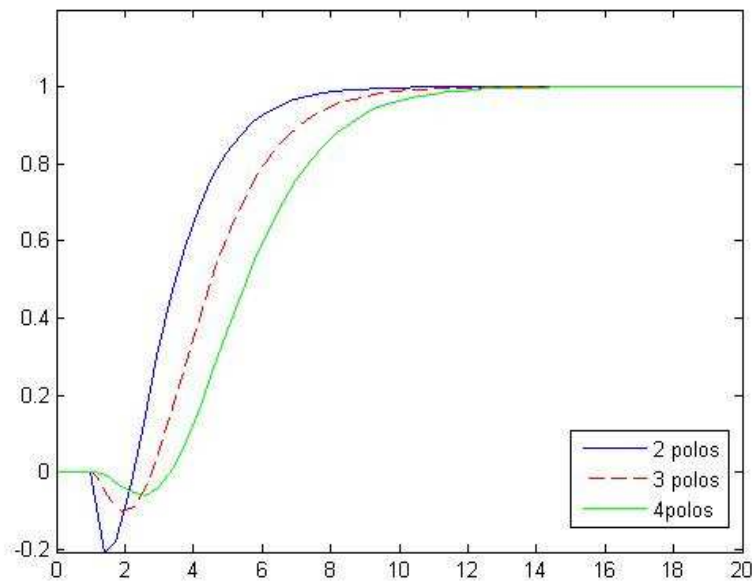


Figura 3.18 – Resposta no tempo para sistemas de 1ª, 2ª e 3ª ordem e somente um zero.

O gráfico mostra undershoot menor e resposta mais lenta para maior quantidade de pólos. O sinal de resposta para quatro pólos apresenta pequeno undershoot e tempo de subida alto, mostrando que o undershoot diminui para maior quantidade de pólos e o tempo de resposta está relacionado ao número de singularidades do sistema. Nota-se que todas as curvas seguem o mesmo comportamento, com um undershoot no início e uma troca de sinal, em seguida rastream a referência. Isto reafirma que trocas de sinais e presença de undershoots e overshoots são influência de zeros e não de pólos.

Da mesma forma da análise da dominância de zero, a dominância dos pólos é avaliada. Comparando um sistema com dois pólos em posições diferentes e um sistema com somente um pólo:

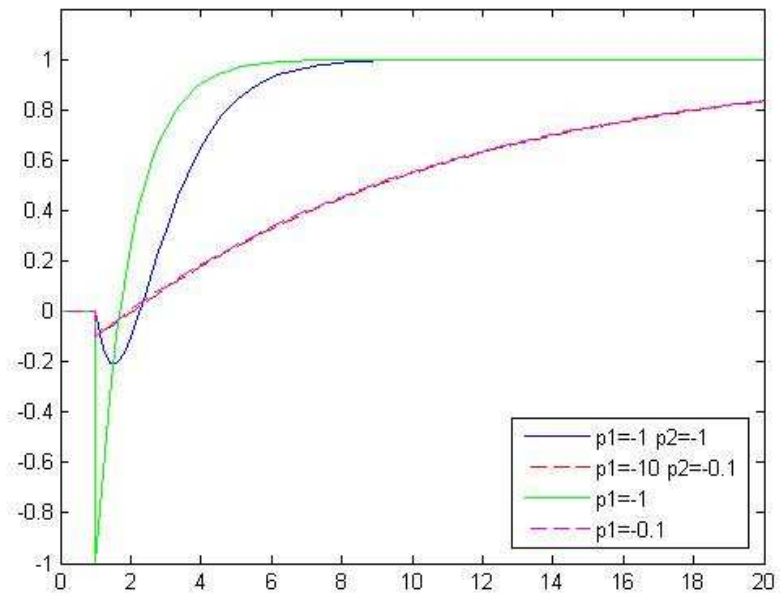


Figura 3.19 – Resposta no tempo para sistemas de 1ª e 2ª ordem.

Para visualizar o tempo de estabilização de todas as curvas, segue gráfico em outra escala:

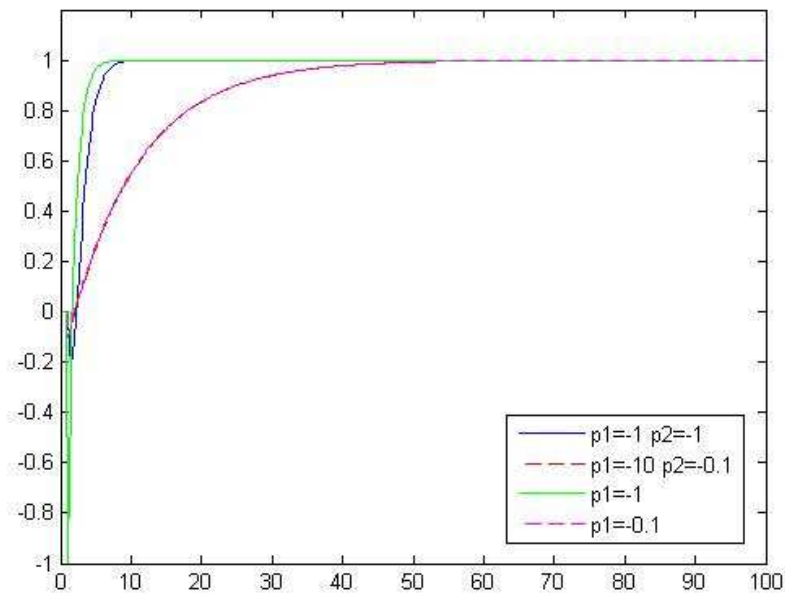


Figura 3.20 – Resposta no tempo para sistemas de 1ª e 2ª ordem em outra escala.

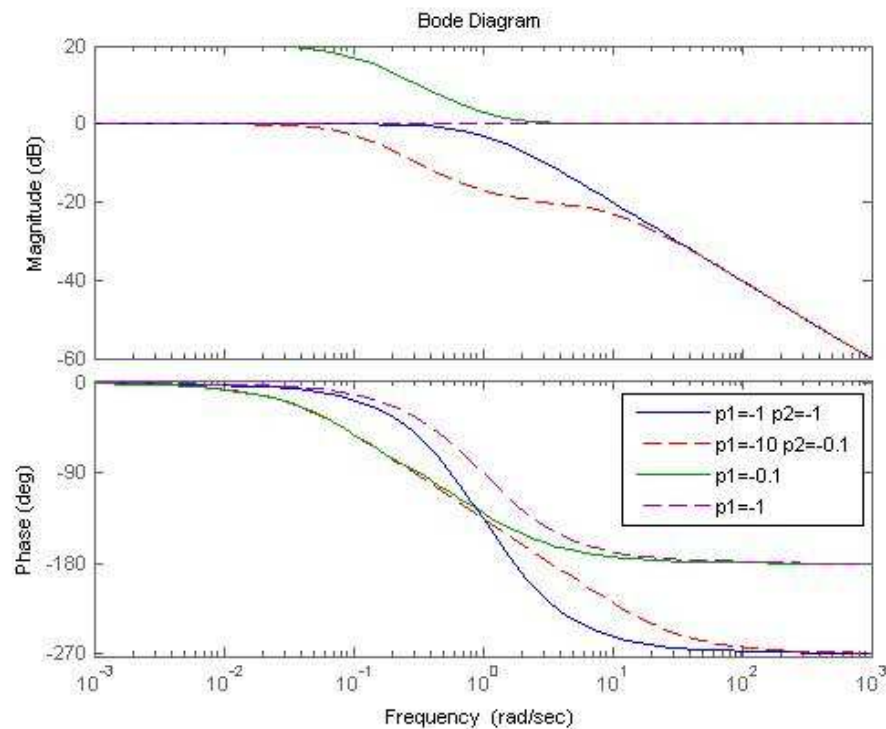


Figura 3.21 – Resposta em frequência para sistemas de 1ª e 2ª ordem.

A partir do gráfico de resposta no tempo, para o caso de dois pólos afastados conclui-se que o pólo mais próximo à origem é dominante, dado que sua curva de resposta se equivale à resposta para sistema com somente este pólo. Este fato foi mostrado anteriormente nas resoluções analíticas: quando o 2º pólo se afasta do 1º o sistema responde como se possuísse somente um pólo, o mais próximo à origem.

Quanto mais afastado um pólo estiver do pólo dominante, isso significa que o pólo próximo da origem terá mais influência sobre o sistema, como se o 2º pólo não existisse.

Para pólo dominante mais afastado do eixo, há maior undershoot e menor tempo de subida (resposta mais rápida).

No diagrama de Bode, os sistemas com um pólo têm inclinação final nula, enquanto para dois pólos a inclinação é -20dB/dec. Para um pólo a curva tende para fase -180°, e com um pólo a mais, para -270°. Na resposta em frequência não se observa semelhanças entre os sistemas como na resposta no tempo.

### 3.4.5– Localização de pólos

Conforme apresentado anteriormente no trabalho, o pólo mais próximo à origem corresponde a uma resposta mais lenta, com menor undershoot e implica em antecipação do atraso.

Considerando-se que a distância relativa entre pólo e zero é um fator importante para determinar undershoot ou atraso de fase, são apresentados gráficos para diferentes pólos e zeros, mantendo a distância entre eles.

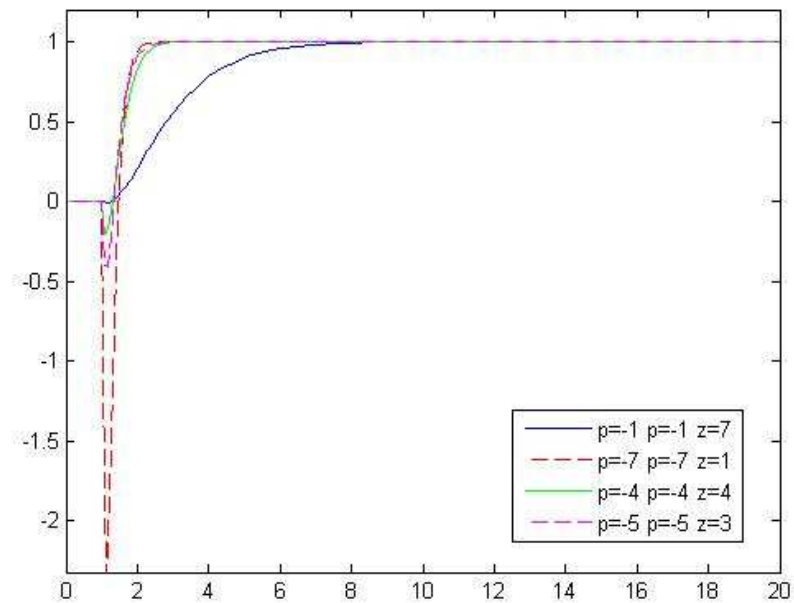


Figura 3.22 – Resposta no tempo para diferentes sistemas mantendo a distância relativa entre pólos e zeros.



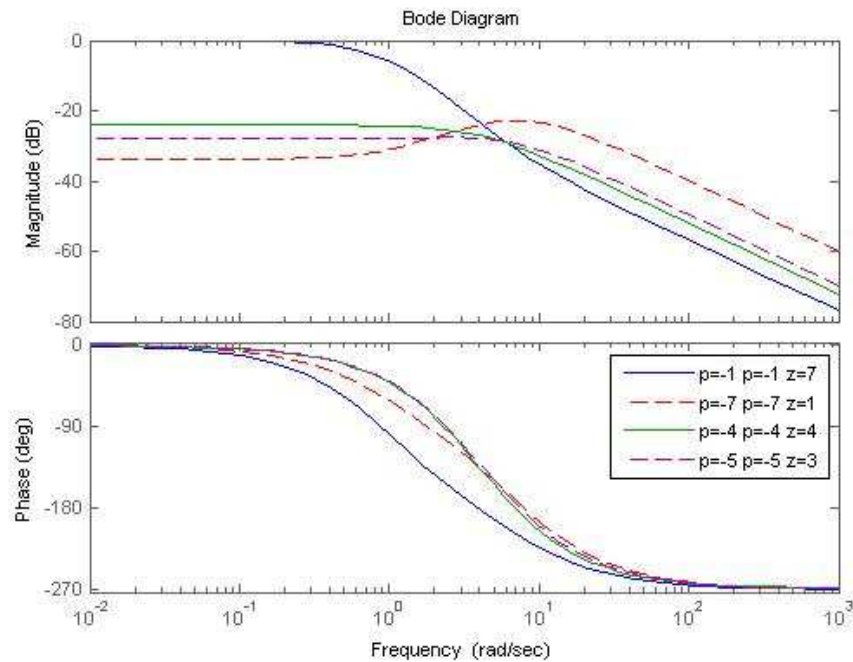


Figura 3.23 – Resposta em frequência para diferentes sistemas mantendo a distância relativa entre pólos e zeros.

No gráfico de resposta no tempo o undershoot e a velocidade da resposta parecem variar com as contribuições separadas de zeros e pólos, como já foram mencionadas.

Com o diagrama de fase, mesmo mantendo a distância entre pólos e zero, há diferença no atraso da fase. Para pólo mais próximo da origem o atraso acontece em uma frequência mais baixa. Então não há conclusão sobre influência da relação entre pólo e zero.

Para fim de comparação, gráficos sobrepostos do sistema com um zero variando (e pólo fixo em -1), e sistema com um pólo variando (e zero fixo em 1), a seguir.

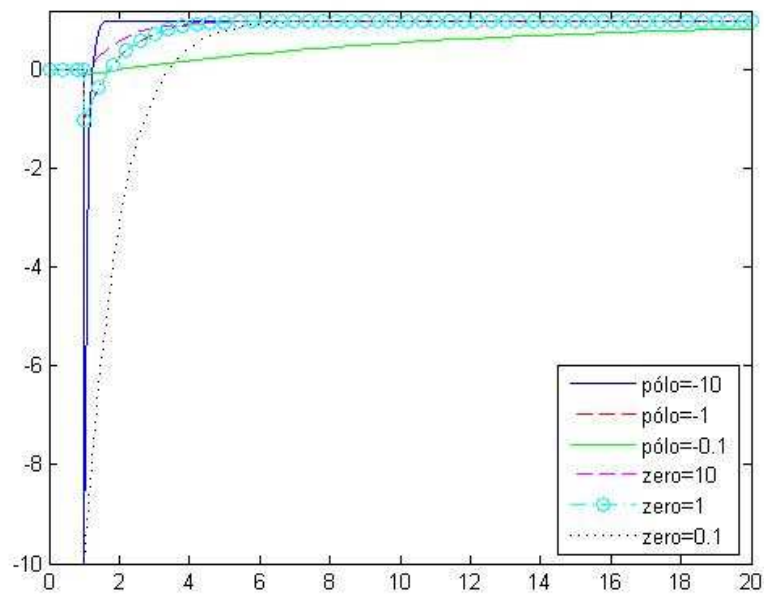


Figura 3.24 – Sobreposição das respostas no tempo para sistemas variando o pólo e variando o zero.

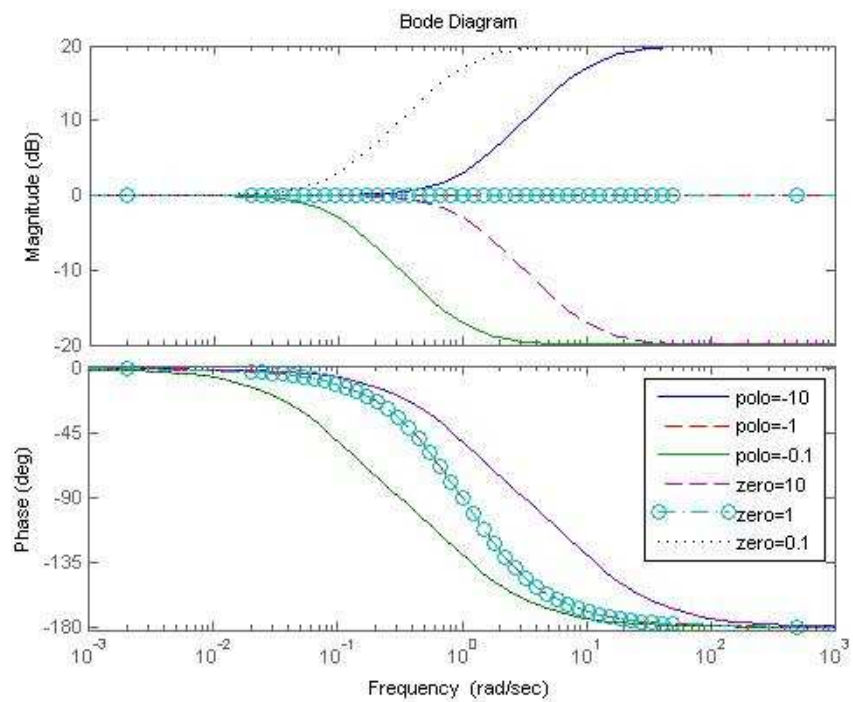


Figura 3.25 – Sobreposição das respostas em frequência para sistemas variando o pólo e variando o zero.

O pólo mais próximo à origem apresenta menor undershoot e menor velocidade de resposta. Já o zero afastado, menor undershoot e conseqüentemente maior rapidez na resposta (considerando que compensar o valor do undershoot demanda mais tempo).

Percebe-se no gráfico da magnitude que pólo e zero simétricos apresentam inclinações opostas.

No gráfico de fase, para pólo mais próximo à origem o atraso de fase ocorre antes, e para zero mais próximo à origem também. As curvas para pólo e zero simetricamente opostos coincidem. Conforme pólo ou zero se aproximam da origem, há um adiantamento de fase.

A posição do pólo e a posição do zero contribuem separadamente no comportamento do sistema.

## 4 Análise de Sistemas com Tempo

### Morto

Como mostrado no capítulo introdutório, o tempo morto é freqüentemente abordado por uma aproximação, com intuito de facilitar estudos analíticos dos sistemas que apresentam este fator.

Assim como na análise feita no capítulo anterior, a entrada degrau unitário é aplicada após uma unidade de tempo.

#### 4.1– Tempo morto real

Para avaliar as diferentes abordagens nesta classe de sistemas, toma-se como exemplo a função de transferência  $G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-\theta s}$ . Com atraso  $\theta = 1$ , a resposta no tempo e a resposta em freqüência são apresentadas a seguir.

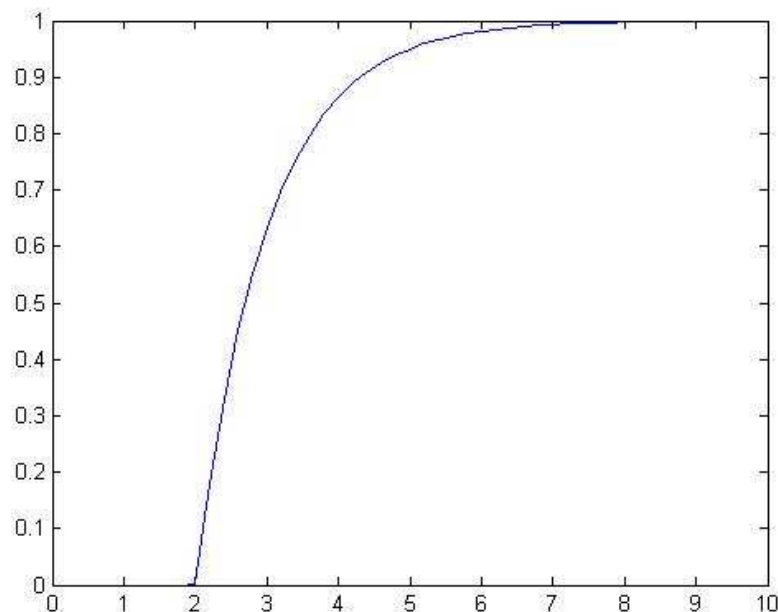


Figura 4.1 – Resposta no tempo para sistema com atraso.

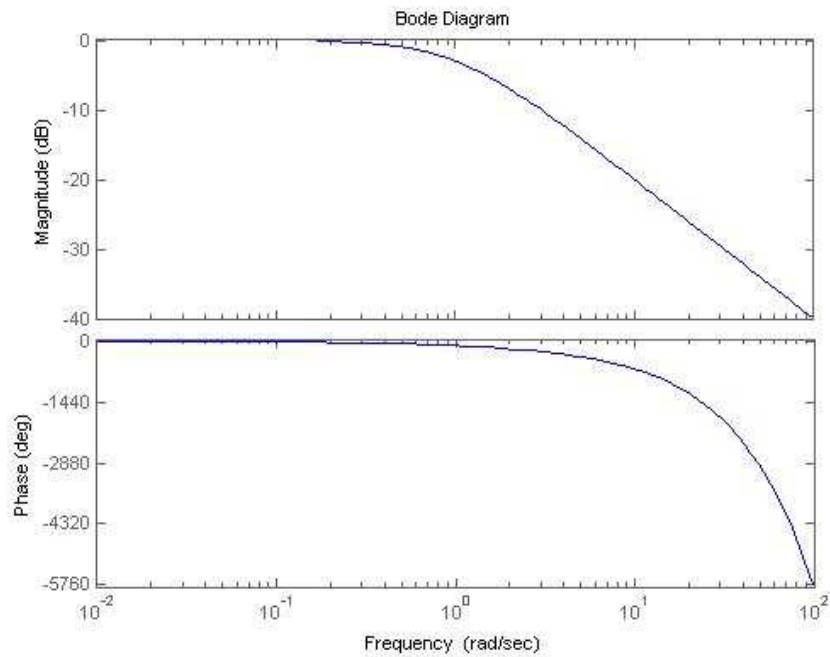


Figura 4.2 – Resposta em frequência para sistema com atraso.

## 4.2– Aproximação por série de Taylor

Para averiguar a possibilidade de substituir o tempo morto por uma aproximação, conhecendo a série de Taylor para função exponencial:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{para todo } x$$

Substituindo o tempo morto, encontra-se:

$$e^{-\theta s} = \frac{1}{e^{\theta s}} = \frac{1}{1 + \theta s + \frac{(\theta s)^2}{2} + \frac{(\theta s)^3}{6} + \dots}$$

Então, obtém-se a função de transferência resultante:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1) \left( 1 + \theta s + \frac{(\theta s)^2}{2} + \dots \right)}$$

Para simular o sistema com esta representação, é preciso truncar a série em uma quantidade de termos finita. Limitando a série em três termos e considerando o atraso de

tempo de uma unidade, o sistema resulta em  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(1+s+s^2/2)}$ . Assim, a resposta no tempo e a resposta em frequência respectivamente são:

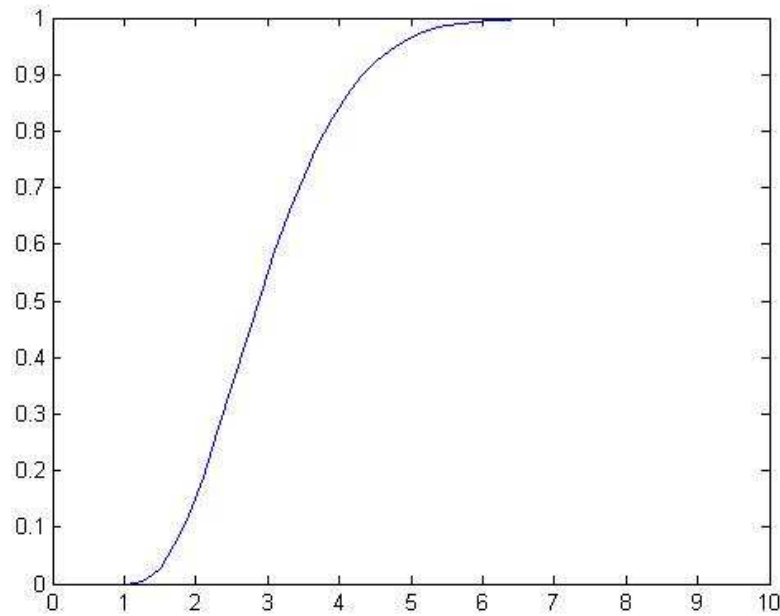


Figura 4.3 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Taylor para o atraso.

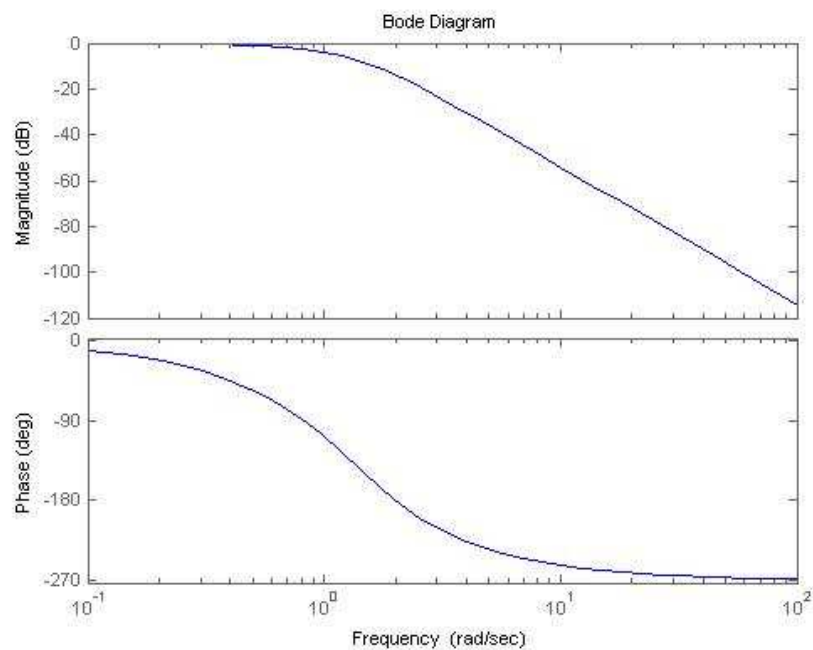


Figura 4.4 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Taylor para o atraso.

Ao considerar uma série de ordem maior as respostas se aproximam mais dos gráficos para o tempo morto real, sendo uma aproximação mais precisa quanto mais termos a série apresentar.

### 4.3– Aproximação de Padé

Com a aproximação de Padé de 1ª ordem para tempo morto, revisada anteriormente:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \theta s/2}{1 + \theta s/2}$$

$$G(s) = \frac{1 - \theta s/2}{(s+1)(1 + \theta s/2)}$$

Com esta abordagem, os gráficos no tempo e na frequência para atraso de uma unidade de tempo apresentam-se a seguir:

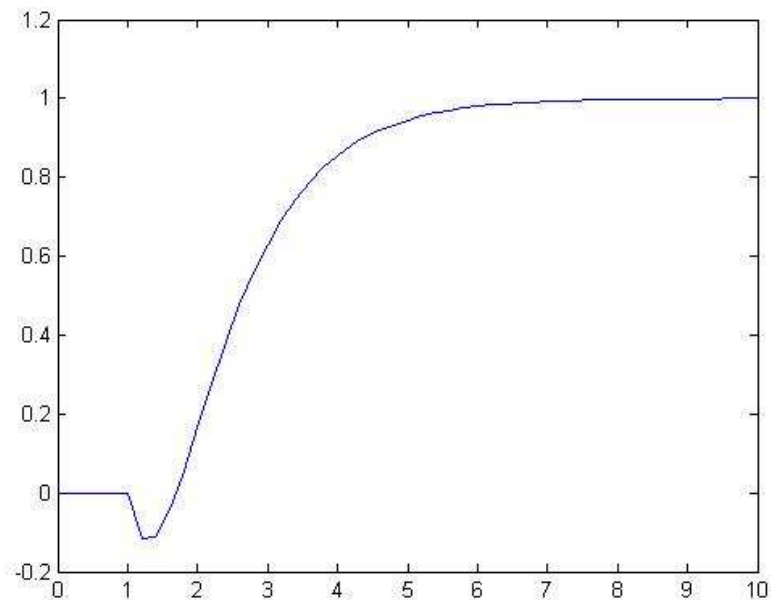


Figura 4.5 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso.

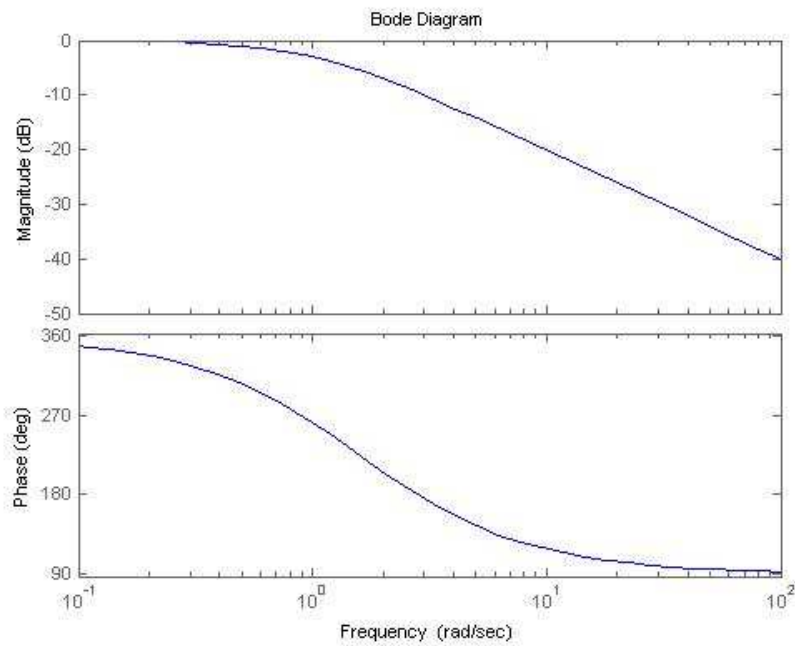


Figura 4.6 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso.

Nota-se que com esta aproximação o tempo morto é substituído por um pólo à esquerda e um zero à direita, e ainda que a resposta no tempo apresenta um undershoot no início.

Para aproximação de 2ª ordem:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{6} \frac{x^2}{2!}}{1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{6} \frac{x^2}{2!}}$$

Com  $\theta=1$ :

$$G(s) = \frac{s^2 - 6s + 12}{s^3 + 7s^2 + 18s + 12}$$



Seguem os diagramas para este caso:

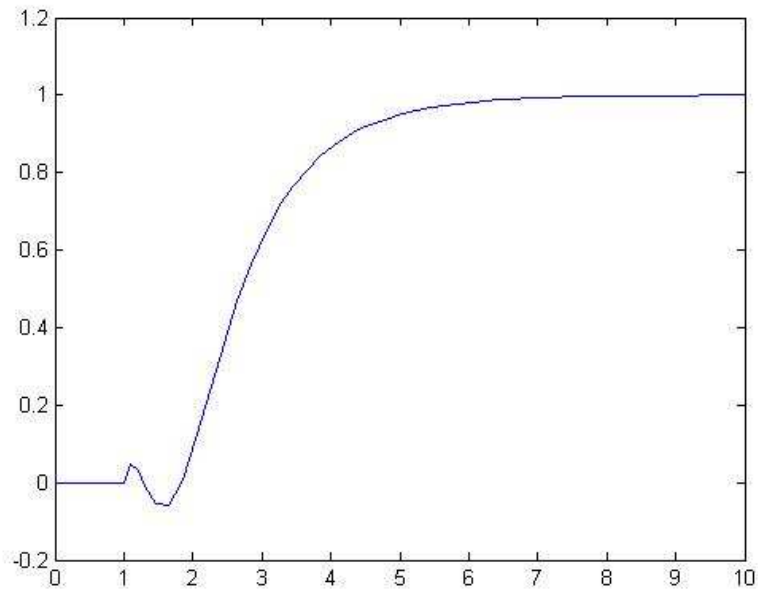


Figura 4.7 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Padé de 2ª ordem para o atraso.

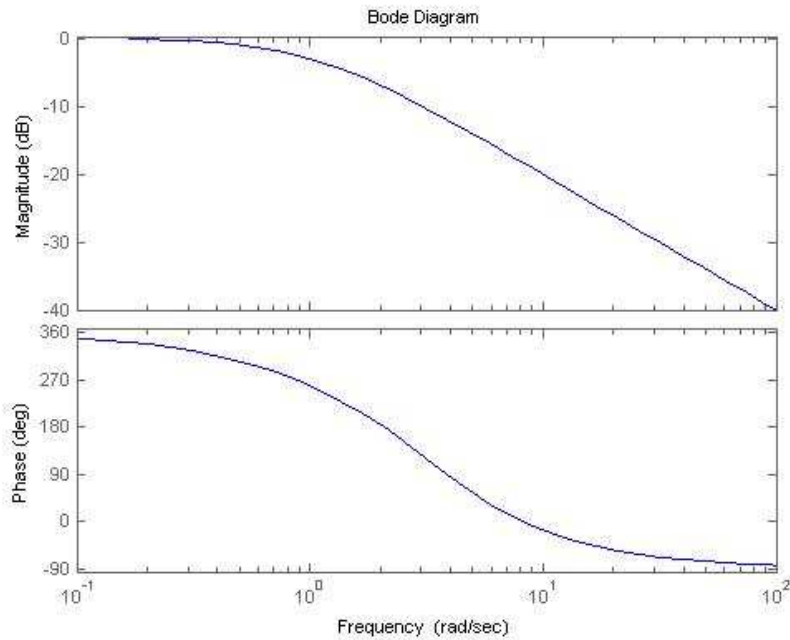


Figura 4.8 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Padé de 2ª ordem para o atraso.

Nesta aproximação de 2ª ordem encontram-se dois pólos à esquerda e dois zeros à direita representando o atraso. Ocorre uma pequena subida no início da resposta no

tempo, seguida por uma queda e novamente subida. Percebe-se a semelhança com as características de sistemas de fase não-mínima estudadas no capítulo anterior, na presença de zeros à direita e no comportamento da resposta no tempo.

Para 3ª ordem:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{1}{2}\theta s + \frac{1}{5} \frac{(\theta s)^2}{2!} - \frac{1}{20} \frac{(\theta s)^3}{3!}}{1 + \frac{1}{2}\theta s + \frac{1}{5} \frac{(\theta s)^2}{2!} + \frac{1}{20} \frac{(\theta s)^3}{3!}}$$

Com  $\theta = 1$ :

$$G(s) = \frac{-s^3 + 12s^2 - 60s + 120}{s^4 + 13s^3 + 72s^2 + 180s + 120}$$

As respostas neste caso são:

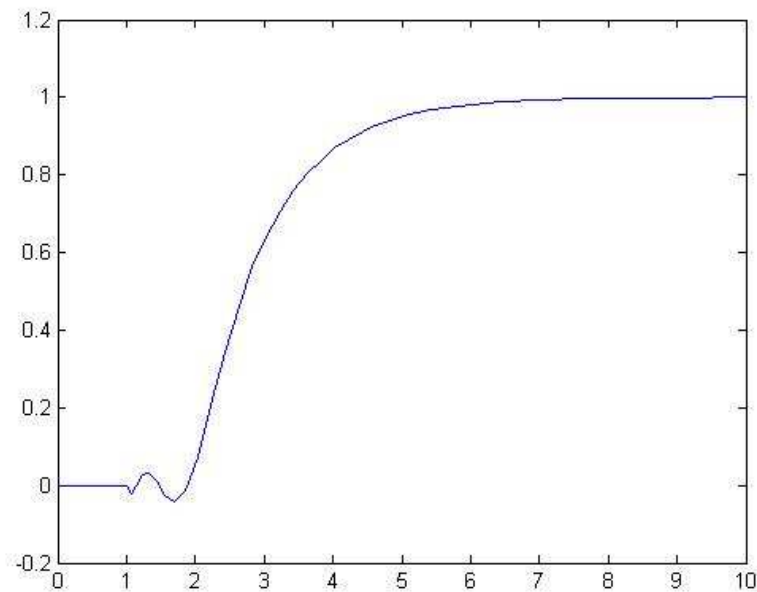


Figura 4.9 – Resposta no tempo para sistema com aproximação de Padé de 3ª ordem para o atraso.

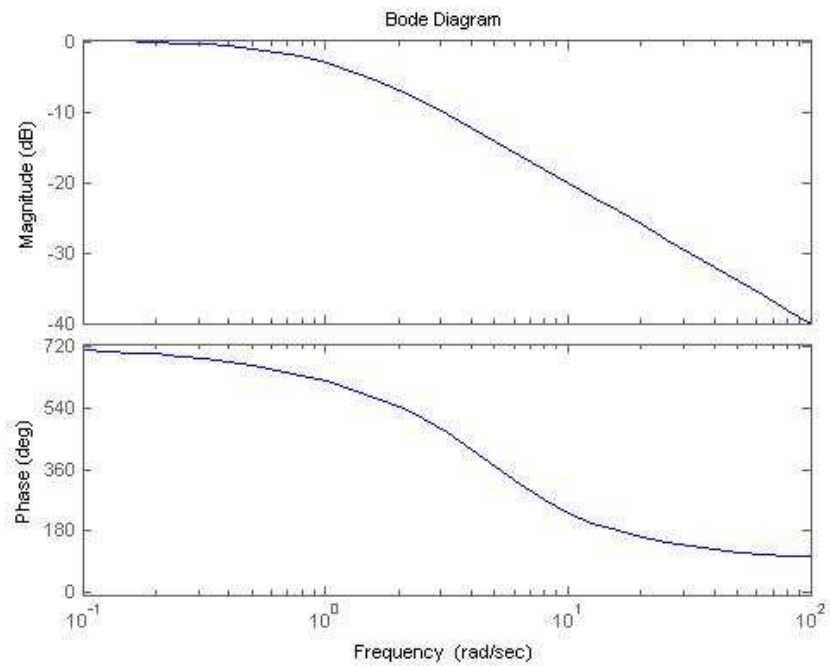


Figura 4.10 – Resposta em frequência para sistema com aproximação de Padé de 3ª ordem para o atraso.

Com esta terceira aproximação de Padé, observa-se que conforme se utiliza maior quantidade de termos na aproximação, a precisão também aumenta.

A seguir, uma comparação entre resposta para sistema com tempo morto e para as diferentes aproximações utilizadas.

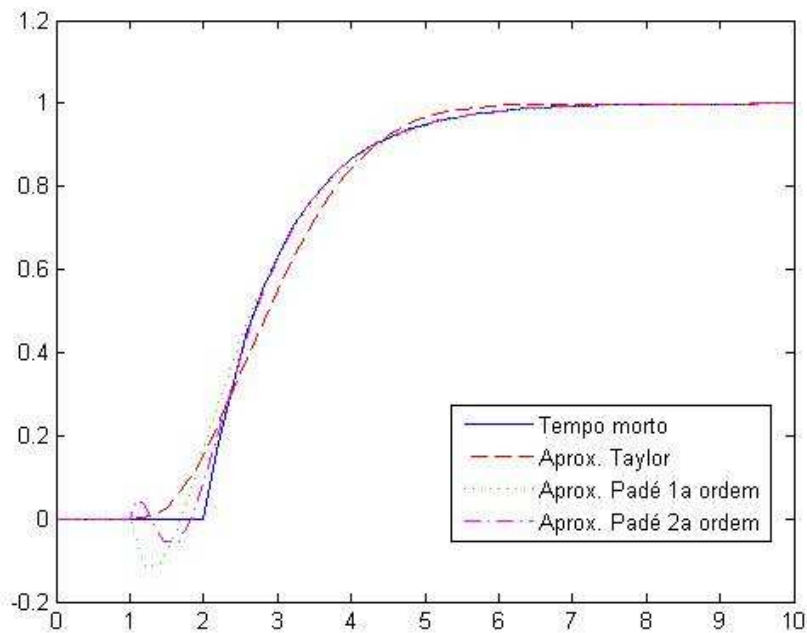


Figura 4.11 – Comparação da resposta no tempo para sistema com tempo morto e sistemas com aproximação de Taylor e de Padé.

Nota-se que cada aproximação de Padé de ordem maior corresponde a um cruzamento no eixo horizontal no início da resposta no tempo. Considerando uma aproximação de infinitos termos, tendendo ao valor real, ocorreria uma infinita sucessão de cruzamentos no eixo, resultando em um tempo inicial praticamente de resposta nula.

Para ilustrar este comportamento, segue uma comparação entre a resposta ao degrau para sistema com tempo morto  $\theta = 1$  e resposta para aproximação de Padé de 8ª ordem.

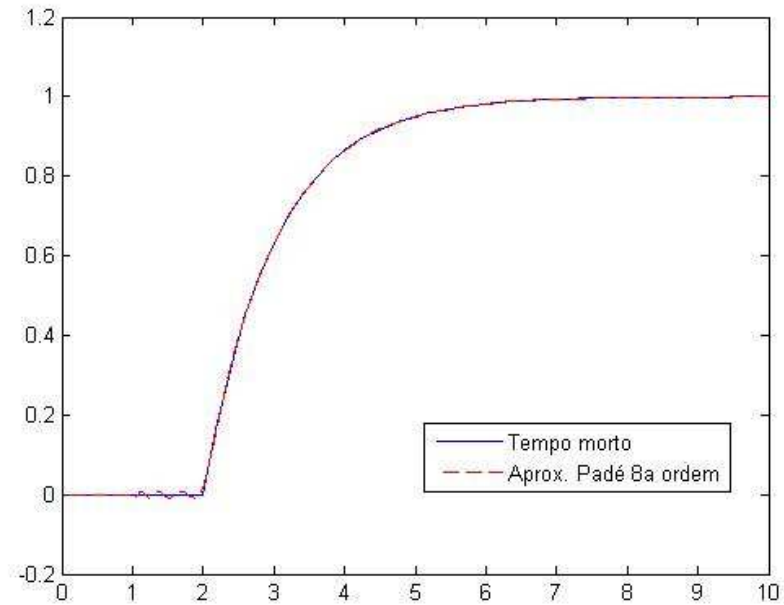


Figura 4.12 – Comparação da resposta no tempo para sistema com tempo morto e sistema com aproximação de Padé de 8ª ordem.

Este comportamento de troca de sinal, observado anteriormente em sistemas de fase não-mínima, mostra que a aproximação de Padé representa o tempo morto por uma função de transferência de fase não-mínima. Desse modo, os efeitos gerados pelo tempo morto se assemelham aos efeitos de um sistema de fase não-mínima, uma vez que esta aproximação é considerada suficiente para representar o tempo morto.

# 5 Controle

Em um sistema de controle é fundamental a estabilidade. A presença de tempo morto ou de zeros de fase não-mínima é prejudicial à estabilidade de um sistema. Portanto este capítulo abordará a questão da estabilidade, característica essencial para todo projeto de controle.

Com a estabilidade garantida, procura-se eliminar o erro em regime permanente e melhorar a resposta transitória do sistema. O controle clássico PI costuma ser empregado com esses objetivos, e aqui também será utilizado, assim como outros controles que serão desenvolvidos adiante.

Ao discutir controle de sistemas de fase não-mínima, será abordado sistema com somente um zero a fim de simplificar o desenvolvimento.

## 5.1– Estabilidade em sistemas com tempo morto

O atraso na resposta devido ao tempo morto impõe certas restrições no uso de controle. Ao utilizar um controle proporcional, o acréscimo no atraso de fase limita o ganho do controlador. Isto é, ao aumentar o ganho, para um dado valor o sistema se torna instável. Este valor limite que separa estabilidade e instabilidade, que tende a diminuir conforme o atraso aumenta, implica em redução do controle para manter a estabilidade em malha fechada. Logo, conhecer o valor limite de controle que pode ser empregado é fundamental.

Nas simulações de controle de sistemas com tempo morto será utilizada a entrada degrau unitário após uma unidade de tempo, como nos capítulos anteriores.

Para o sistema com tempo morto  $G(s) = k \frac{1}{s+1} e^{-\theta s}$ , aplica-se um controle proporcional como mostra o diagrama abaixo:

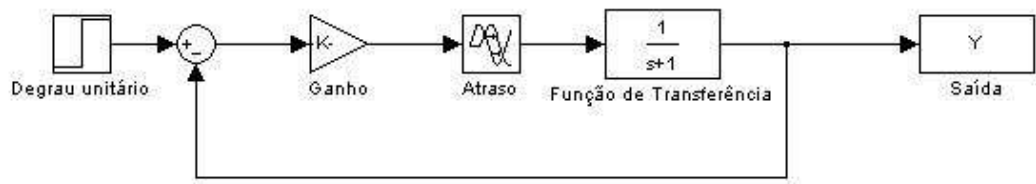


Figura 5.1 – Diagrama de blocos para controle proporcional sobre sistema com tempo morto.

Para este sistema, a resposta no tempo com atraso  $\theta = 1$  é:

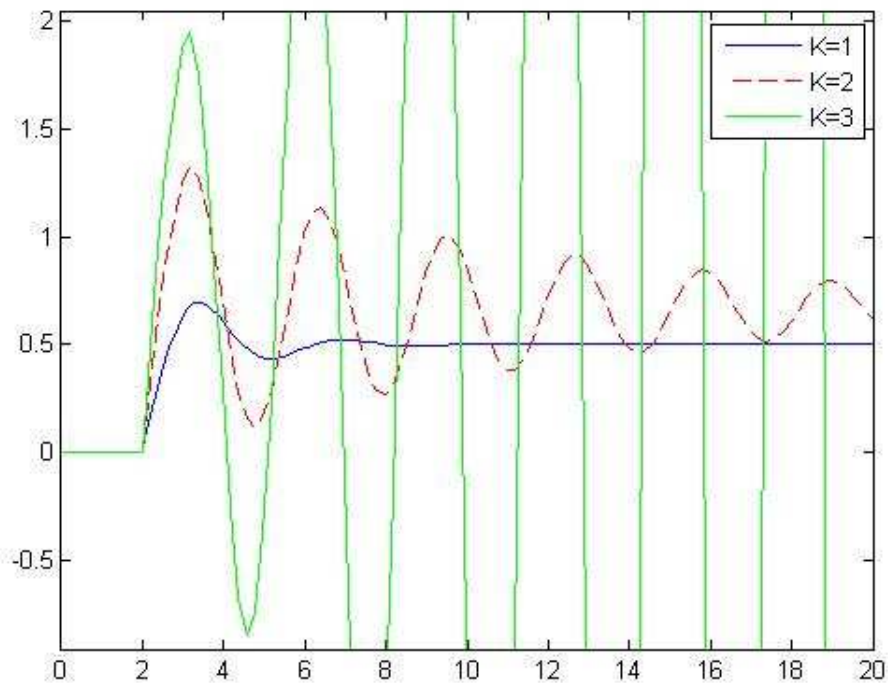


Figura 5.2 – Resposta no tempo para controle proporcional sobre sistema com tempo morto.

O tempo morto causa oscilações para maiores valores de ganho proporcional, até um valor limite em que torna o sistema instável. Então deve-se utilizar um valor baixo para o controle para manter a estabilidade.

Na fronteira entre estabilidade e instabilidade existe um valor crítico para o ganho do controle, que pode ser encontrado segundo o critério de Nyquist ou aproximado utilizando o critério de Hurwitz.

Para analisar este valor limite, supõe-se esse mesmo sistema com atraso.

### 5.1.1 – Uso do critério de estabilidade de Nyquist

De acordo com o critério de Nyquist, o diagrama de Nyquist de um sistema em malha fechada estável não deve envolver o ponto  $-1 + j0$  [4]. Se o gráfico passa perto deste ponto, há um grande risco de o sistema se tornar instável se algum parâmetro do sistema mudar. Então, é desejável manter uma margem de estabilidade. A instabilidade acontece se a função de transferência em malha aberta tem a fase  $-180^\circ$  em uma frequência com ganho maior que a unidade. Caso o ganho da malha aberta seja menor que 1 quando a fase é  $-180^\circ$ , então o sistema em malha fechada é estável. Sendo o ganho da malha aberta  $\alpha_M$ , quando a fase é  $-180^\circ$  em malha aberta, define-se a margem de ganho como  $1/\alpha_M$ . Ainda define-se a margem de fase como  $\theta_M$ , sendo  $-180^\circ + \theta_M$  a fase em malha aberta quando o ganho é unitário.

Com a função de transferência em malha aberta:

$$G(s) = k \frac{1}{s+1} e^{-\theta s}$$

Para achar o valor limite de  $k$  que assegure estabilidade:

$$G(s) = -1$$

$$G(j\omega) = k^* \frac{1}{j\omega^* + 1} e^{-j\omega^* \theta} = -1$$

$$\left| k^* \frac{1}{j\omega^* + 1} e^{-j\omega^* \theta} \right| = 1$$

$$\frac{k^*}{\sqrt{\omega^2 + 1}} = 1$$

$$\angle \left( k^* \frac{1}{j\omega^* + 1} e^{-j\omega^* \theta} \right) = -\pi$$

$$-\arctg \omega - \theta = -\pi$$



Por exemplo, seja  $\theta = 3\pi/4$ :

$$-\arctg \omega - \frac{3\pi}{4} \omega = -\pi$$

$$\omega^* = 1$$

$$k^* = \sqrt{2}$$

Para sistema assintoticamente estável, a resposta em frequência no plano complexo deve cruzar o eixo à direita do ponto -1. Ou seja, para fase  $-\pi$ , o módulo deve ser menor que 1.

Observa-se que quando  $\theta$  aumenta,  $k^*$  diminui. Maior atraso implica em ganho mais limitado.

Com o critério de Nyquist encontra-se o valor exato de  $k^*$ .

Para ilustrar, segue diagrama de Nyquist, para o sistema com atraso  $\theta = 3\pi/4$ :

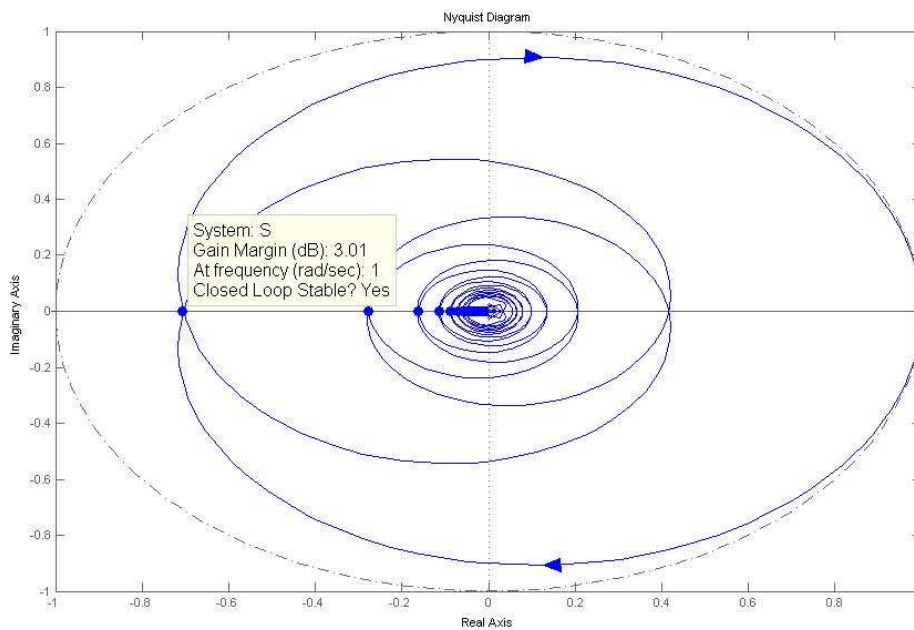


Figura 5.3 – Diagrama de Nyquist para sistema com atraso.

Considerando agora um atraso  $\theta=1$ , com as equações desenvolvidas anteriormente:

$$\frac{k^*}{\sqrt{\omega^2 + 1}} = 1$$

$$- \arctg \omega - \theta \omega = -\pi$$

$$- \arctg \omega - \omega = -\pi$$

$$\omega^* = \frac{41 \pi}{64}$$

$$k^* = 2.25$$

Para atraso  $\theta = \frac{1}{2}$ :

$$\frac{k^*}{\sqrt{\omega^2 + 1}} = 1$$

$$- \arctg \omega - \frac{1}{2} \omega = -\pi$$

$$\omega^* = \frac{37 \pi}{32}$$

$$k^* = 3.77$$

Em vista dos resultados acima, verifica-se que quanto maior o atraso  $\theta$ , a região de estabilidade fica mais limitada.

### 5.1.2 – Uso do critério de estabilidade de Hurwitz

O critério de Hurwitz é aplicado sobre o polinômio característico do sistema [13]. O polinômio característico fornece os pólos do sistema. Quando o critério de Hurwitz é aplicado, se todos os zeros do polinômio característico têm parte real negativa, então o sistema é assintoticamente estável.

Para aplicar este critério ao sistema com tempo morto será utilizada a aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso, que aproxima o fator exponencial por uma relação numerador/denominador. Deste modo, o resultado encontrado para  $k^*$  será apenas um valor próximo ao exato.

A partir da planta em malha aberta, encontra-se a equação característica:

$$A(s) = \frac{k}{s+1} e^{-\theta s}$$

$$1 + A(s) = 0$$

$$1 + \frac{k}{s+1} e^{-\theta s} = 0$$

Substituindo o termo  $e^{-\theta s}$  por sua aproximação, utilizando aproximação de Padé de 1ª ordem:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \theta s/2}{1 + \theta s/2}$$

Assim, a equação característica fica:

$$1 + \frac{k}{s+1} \frac{1 - \theta s/2}{1 + \theta s/2} = 0$$

$$s + \frac{\theta s^2}{2} + 1 + \frac{\theta s}{2} + k - k \frac{\theta s}{2} = 0$$

Pelo critério de Hurwitz, todos os coeficientes da equação característica devem ser não nulos e de mesmo sinal. O limite  $k > 0$  é considerado desde o princípio, pois não interessa ganho negativo nesta análise.

$$\text{Coeficiente do termo } s^2: \frac{\theta}{2} > 0$$

Então, os outros coeficientes também devem ser positivos, maiores que zero.

$$\frac{\theta}{2} > 0$$

$$1 + k > 0$$

$$1 + \frac{\theta}{2} - k \frac{\theta}{2} > 0 \rightarrow \frac{\theta}{2}(1 - k) > -1 \rightarrow k < 1 + \frac{2}{\theta}$$

Logo, a região de estabilidade segundo o critério de Hurwitz, com aproximação de Padé de 1ª ordem é:

$$0 < k < 1 + \frac{2}{\theta}$$

Considerando o exemplo dado com  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ :

$$k < 1 + \frac{2}{\frac{3\pi}{4}}$$

$$k^* \approx 1.85$$

Para discutir um caso mais habitual supõe-se um atraso  $\theta = 1$ . A partir da relação encontrada para este sistema, com o critério de Hurwitz:

$$0 < k < 1 + \frac{2}{\theta}$$

$$k^* \approx 3$$

Para atraso  $\theta = \frac{1}{2}$ :

$$0 < k < 1 + \frac{2}{\theta}$$

$$k^* \approx 5$$

A fim de comparação, os valores de ganho crítico obtidos por Nyquist para  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ ,  $\theta = 1$  e  $\theta = \frac{1}{2}$  são respectivamente  $k^* = \sqrt{2}$ ,  $k^* = 2.25$  e  $k^* = 3.77$ . Nota-se que os valores aproximados são maiores que os respectivos limites de ganho, mantendo a diferença percentual de 30% entre os resultados de Hurwitz com aproximação de Padé de 1ª ordem e os resultados de Nyquist.

Como se trata de uma aproximação, quanto mais termos são utilizados, o resultado tende a ser mais próximo do valor real. Para aproximação de Padé de 2ª ordem, espera-se encontrar um valor mais preciso. Portanto, desenvolve-se a partir da equação característica o critério de Hurwitz:

$$1 + \frac{k}{s+1} e^{-\theta s} = 0$$

A aproximação de 2ª ordem para o fator exponencial é:

$$e^{-\theta s} = \frac{1 - \frac{\theta s}{2} + \frac{\theta^2 s^2}{12}}{1 + \frac{\theta s}{2} + \frac{\theta^2 s^2}{12}}$$

Substituindo na equação característica:

$$1 + \frac{k}{s+1} \frac{1 - \frac{\theta s}{2} + \frac{\theta^2 s^2}{12}}{1 + \frac{\theta s}{2} + \frac{\theta^2 s^2}{12}} = 0$$

$$\frac{\theta^2}{12} s^3 + \left( \frac{\theta^2}{12} + \frac{\theta}{2} \right) s^2 + \left( 1 + \frac{\theta}{2} \right) s + 1 + k - k \frac{\theta}{2} s + k \frac{\theta^2}{12} s^2 = 0$$

Fazendo com que o coeficiente de cada termo em  $s$  seja não nulo e positivo:

$$\frac{\theta^2}{12} > 0$$

$$\frac{\theta^2}{12} + \frac{\theta}{2} + k \frac{\theta^2}{12} > 0 \rightarrow k > -1 - \frac{6}{\theta}$$

$$1 + \frac{\theta}{2} - k \frac{\theta}{2} > 0 \rightarrow k < 1 + \frac{2}{\theta}$$

$$1 + k > 0 \rightarrow k > -1$$

$$0 < k < 1 + \frac{2}{\theta}$$

Para polinômios de 3ª ordem, da forma  $a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ , o critério de

Hurwitz tem uma segunda condição. O determinante  $\begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}$  deve obedecer à mesma

relação de ser não nulo e positivo.

$$\left| \begin{array}{cc} 1 + \frac{\theta}{2} - k \frac{\theta}{2} & 1 + k \\ \frac{\theta^2}{12} & \frac{\theta^2}{12} + \frac{\theta}{2} + k \frac{\theta^2}{12} \end{array} \right| = -\frac{\theta^3}{24}k^2 - \frac{\theta^2}{4}k + \left( \frac{\theta^3}{24} + \frac{\theta^2}{4} + \frac{\theta}{2} \right) > 0$$

$$\frac{\theta^3}{24}k^2 + \frac{\theta^2}{4}k - \left( \frac{\theta^3}{24} + \frac{\theta^2}{4} + \frac{\theta}{2} \right) < 0$$

$$k = \frac{-\frac{\theta^2}{4} \pm \sqrt{\frac{\theta^4}{16} + \frac{\theta^3}{6} \left( \frac{\theta^3}{24} + \frac{\theta^2}{4} + \frac{\theta}{2} \right)}}{\frac{\theta^3}{12}}$$

Para  $\theta = 3\pi/4$ :

$$k \approx \frac{-1.39 \pm \sqrt{8.73}}{1.09}$$

$$k^* \approx 1.43$$

Para  $\theta = 1$ :

$$k = \frac{-\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{6}}{\frac{1}{12}} = -3 \pm 2\sqrt{7}$$

$$k^* \approx 2.3$$

Para  $\theta = 1/2$ :

$$k = \frac{-\frac{1}{16} \pm \frac{\sqrt{97}}{96}}{\frac{1}{96}} = -6 \pm \sqrt{97}$$

$$k^* \approx 3.85$$

Comparando novamente com  $k^*$  obtido por Nyquist, a diferença percentual é de 2%. Portanto, o uso da aproximação de Padé de 2ª ordem resulta em um valor muito próximo ao ganho crítico encontrado pelo critério de Nyquist. Como era esperado, quanto maior a ordem da aproximação, mais preciso é o resultado. Conclui-se então que esta aproximação de 2ª ordem pode ser utilizada como boa substituição para o tempo

morto, e aproximações de maiores ordens significam resultados cada vez mais próximos ao real.

### 5.1.3 – Preditor de Smith

Uma forma de resolver a limitação do controle em favor da estabilidade é implementar um método de compensação do atraso. Uma configuração freqüentemente adotada é o Preditor de Smith [6] [9], que apresenta uma alternativa para sistemas com atraso, evitando a desestabilização e permitindo o uso de um controle mais robusto. Este método é proposto para melhorar o desempenho em malha fechada na presença de atraso de transporte, através da compensação do atraso, dividindo o modelo da planta em duas partes: dinâmica do modelo e atraso.

Supondo  $G(s)e^{-\theta s}$  como função de transferência, o modelo identificado do sistema é  $\hat{G}(s)e^{-\hat{\theta}s}$ . Estima-se o tempo morto e  $G(s)$ , tentando obter os valores exatos.

O diagrama abaixo mostra como o preditor funciona: uma previsão da saída do processo sem atraso é realimentada ao controlador, movendo o tempo morto para fora da malha. [5] [7]

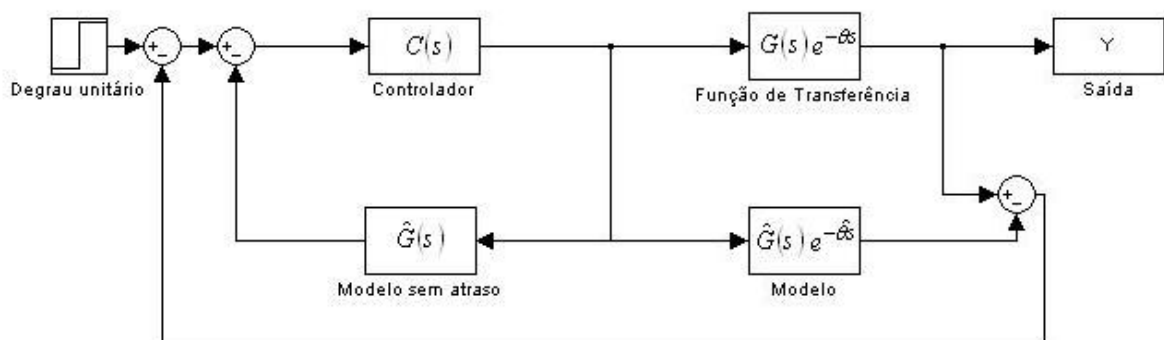


Figura 5.4 – Diagrama de blocos para Preditor de Smith aplicado sobre sistema com tempo morto.

Neste diagrama, os blocos em paralelo da função de transferência e do modelo são comparados, e o sinal resultante é realimentado na entrada do sistema para

compensar possíveis perturbações ou erros de modelagem. Já o bloco do modelo sem atraso é responsável por realimentar a saída do sistema antecipada, dando o nome de preditor para este método.

Com essa configuração, a relação entre saída e entrada depende da qualidade da predição da planta e do atraso.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s) \left[ G(s)e^{-\theta s} - \hat{G}(s)e^{-\hat{\theta} s} \right]}{1 + C(s)\hat{G}(s) + C(s) \left[ G(s)e^{-\theta s} - \hat{G}(s)e^{-\hat{\theta} s} \right]}$$

Projetando um preditor de Smith com estimador ideal, ou seja, com modelo igual à planta e com atraso estimado também igual ao atraso do sistema, o diagrama equivalente seria:



Figura 5.5 – Diagrama equivalente para Preditor de Smith.

Para  $\hat{G}(s) = G(s)$ ,  $\hat{\theta} = \theta$ :

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)e^{-\theta s}}{1 + C(s)G(s)}$$

Para um sistema  $G(s) = \frac{e^{-\theta s}}{s+1}$ , considerando o modelo do preditor idêntico à

planta, o controle proporcional com auxílio do Preditor de Smith seria:





Simulando conforme o diagrama acima, com atraso  $\hat{\theta} = \theta = 1$ :

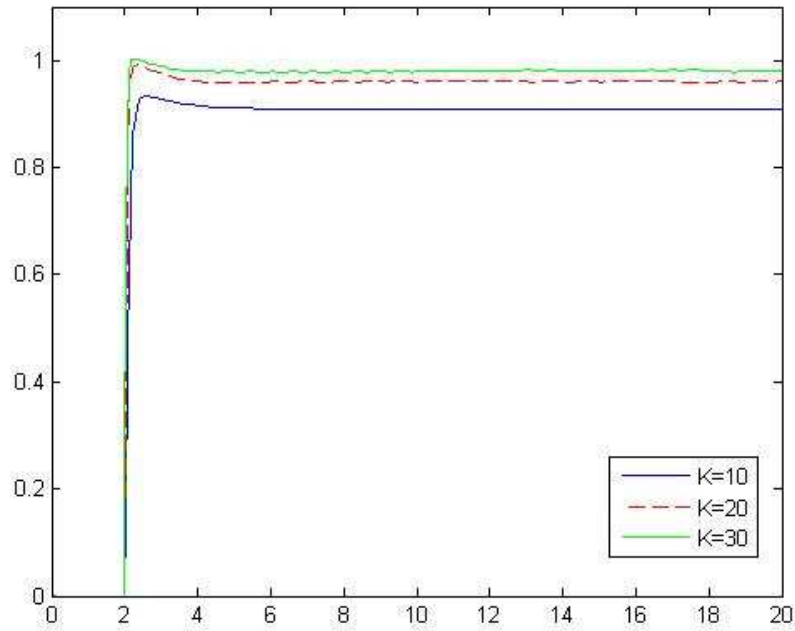


Figura 5.7 – Simulação para ganho proporcional com Preditor de Smith aplicado em sistema com tempo morto.

Com a figura acima nota-se a viabilidade de aumentar o ganho com o uso do Preditor de Smith, pois a estabilidade é garantida mesmo com altos ganhos. Com este controle possibilita-se tempo de subida menor, com ganhos maiores.

Quanto à sensibilidade da modelagem usada no Preditor, para avaliar a qualidade do Preditor, analisa-se o caso de não estimar o atraso com muita precisão.

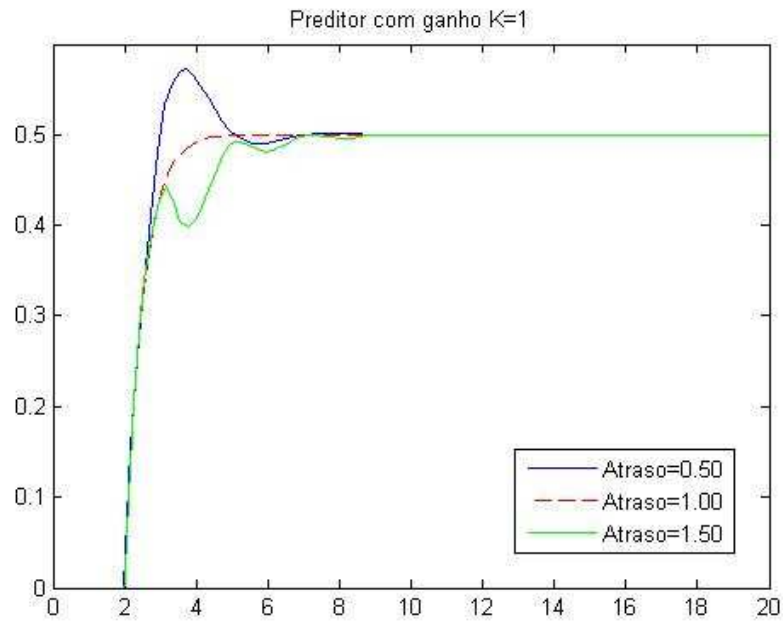


Figura 5.8 – Simulação para ganho proporcional unitário com Preditor de Smith, variando a estimativa de atraso.

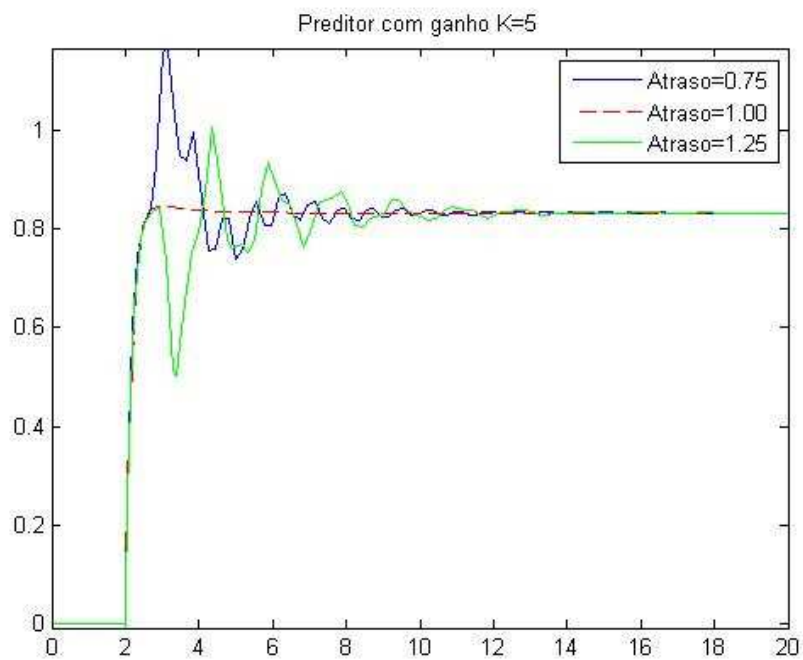


Figura 5.9 – Simulação para ganho proporcional igual a 5 com Preditor de Smith, variando a estimativa de atraso.

Ao errar um pouco o valor do atraso ocorrem oscilações na resposta, mas a estabilidade permanece. Quando a variação na estimativa do atraso aumenta, cresce o risco de desestabilizar o sistema.

Avaliando o ganho crítico para cada valor de atraso estimado, através de simulações, obtém-se:

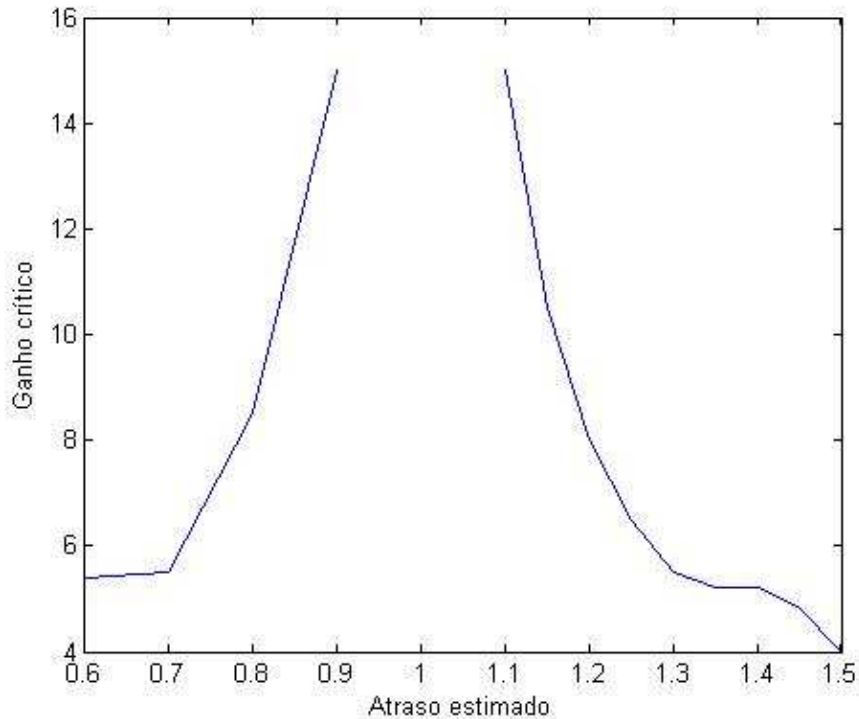


Figura 5.10 – Gráfico a partir de simulações para ganho crítico correspondente a atraso estimado.

Conforme o valor estimado se afasta do valor real, a margem para escolher o ganho diminui. Porém, mesmo com ganho limitado, o preditor de Smith se mostra vantajoso, pois apresenta melhor resultado que o uso do controle proporcional sem preditor. Quando é possível fazer uma estimativa de atraso não muito distante do valor real, há maior liberdade para aumentar o controle.

## 5.2 – Estabilidade em sistemas de fase não-mínima

Assim como o tempo morto, o zero de fase não-mínima ameaça a estabilidade do sistema. Aplicando um controle proporcional, pode-se obter o ganho limite que garante a estabilidade com auxílio do root locus.

Nesta seção serão desconsiderados fatores como erro de regime permanente e comportamento da resposta transitória, para analisar somente a estabilidade do sistema.

Para as análises a seguir, será utilizado o sistema de função de transferência

$$H(s) = \frac{1-s}{(s+1)(s+3)}$$
, visando a simplificar os cálculos envolvidos e enfatizar o comportamento do sistema.

Para mostrar os pólos e os zeros que um sistema possui, assim como o comportamento das singularidades ao ser aplicado um ganho proporcional sobre o sistema em malha fechada, pode ser utilizado o gráfico de root locus. Conforme o ganho varia, as raízes se movimentam como mostra o gráfico abaixo. A planta possui um pólo em  $s = -1$ , outro em  $s = -3$  e um zero em  $s = 1$ . Ou seja, em malha aberta, todos os pólos encontram-se no semi-plano esquerdo e o zero no semi-plano direito. A presença do zero à direita é o que caracteriza o sistema como de fase não-mínima. No root locus apresentado, observa-se que este zero atrai os pólos para o SPD.

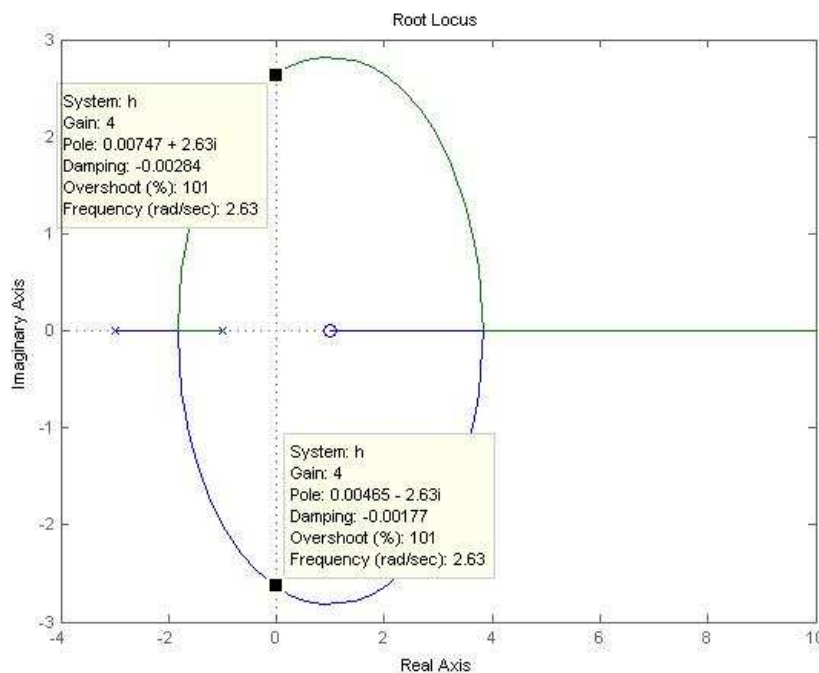


Figura 5.11 – Diagrama de Root Locus para o sistema de fase não-mínima.

Para ganho  $k = 4$  os pólos em malha fechada passam do semi-plano esquerdo para o semi-plano direito, o que caracteriza instabilidade a partir deste ponto. Pode-se calcular este valor de ganho crítico a partir da equação característica:

$$\begin{aligned}1 + A(s) &= 0 \\1 + \frac{k(1-s)}{(s+1)(s+3)} &= 0 \\ \frac{s^2 + 4s + 3 + k - ks}{(s+1)(s+3)} &= 0 \\ s^2 + (4-k)s + 3 + k &= 0\end{aligned}$$

Pelo critério de estabilidade de Hurwitz, todos os coeficientes devem ser não nulos de mesmo sinal. Neste caso, os coeficientes devem ser positivos.

$$\begin{aligned}3 + k > 0 &\rightarrow k > -3 \\4 - k > 0 &\rightarrow k < 4 \\k^* &= 4\end{aligned}$$

O ganho crítico calculado é 4, verificando o que é mostrado no root locus.

### 5.2.1 – Controle Proporcional

Como visto na seção anterior, ganho proporcional com valor 4 é o limite para manter a estabilidade do sistema. Abaixo é ilustrado este limite do uso do controle proporcional.

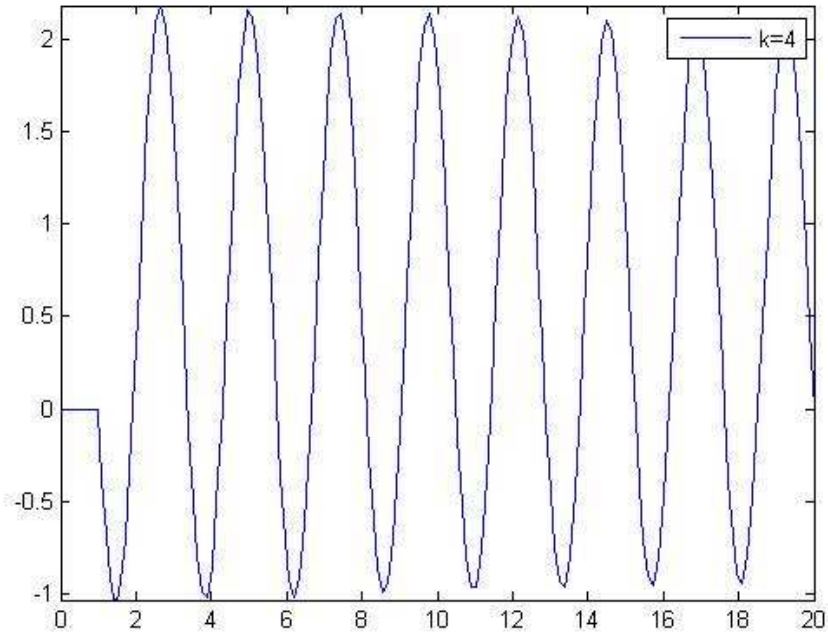


Figura 5.12 – Ganho proporcional crítico para sistema de fase não-mínima.

### 5.2.2 – Preditor de Smith em sistemas de fase não-mínima

O preditor de Smith foi projetado originalmente para auxiliar na manutenção da estabilidade em sistemas com tempo morto. Neste trabalho faz-se uso da aproximação de Padé ao tratar do atraso, e esta aproximação resulta em uma representação por pólos e zeros, com zeros no SPD. Portanto, conforme uma abordagem do projeto, os sistemas com atraso de transporte são considerados sistemas de fase não-mínima. Dada a semelhança, propõe-se experimentar o controle utilizado em sistemas com tempo morto para tratar de sistemas com fase não-mínima. Essa idéia é também endossada por comentários encontrados na literatura, como diz Bottura [8]: “Como o mínimo atraso de fase que pode ser associado a uma função de transferência livre de atenuação é zero, o sistema com tempo morto é um sistema de fase não-mínima”.

Então, assim como o Preditor de Smith auxilia a manutenção da estabilidade em sistemas com tempo morto, será também utilizado em sistemas de fase não mínima, com o mesmo propósito. Na seção anterior, o atraso era o fator limitador da estabilidade. Agora o zero no semi-plano direito é o fator de fase não-mínima, responsável pela tendência de desestabilização ao aumentar o ganho.

Projetando a seguinte configuração para preditor em sistemas de fase não-mínima, e em seguida simulando em Matlab:

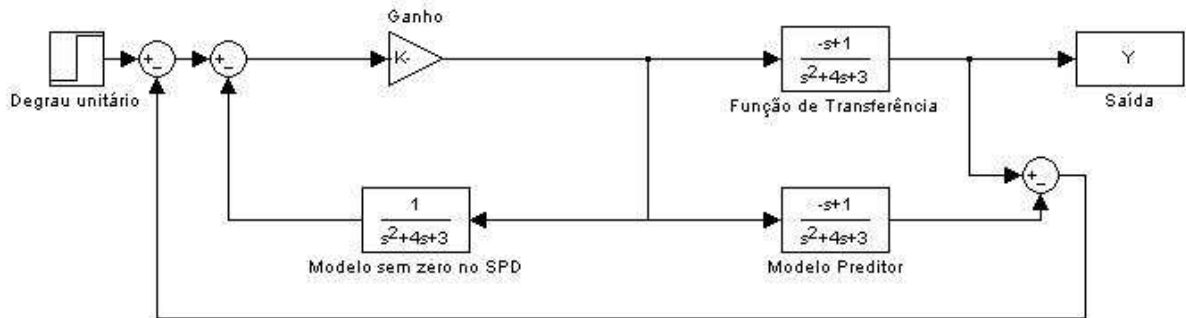


Figura 5.13 – Diagrama de blocos para Preditor de Smith aplicado sobre sistema de fase não-mínima.

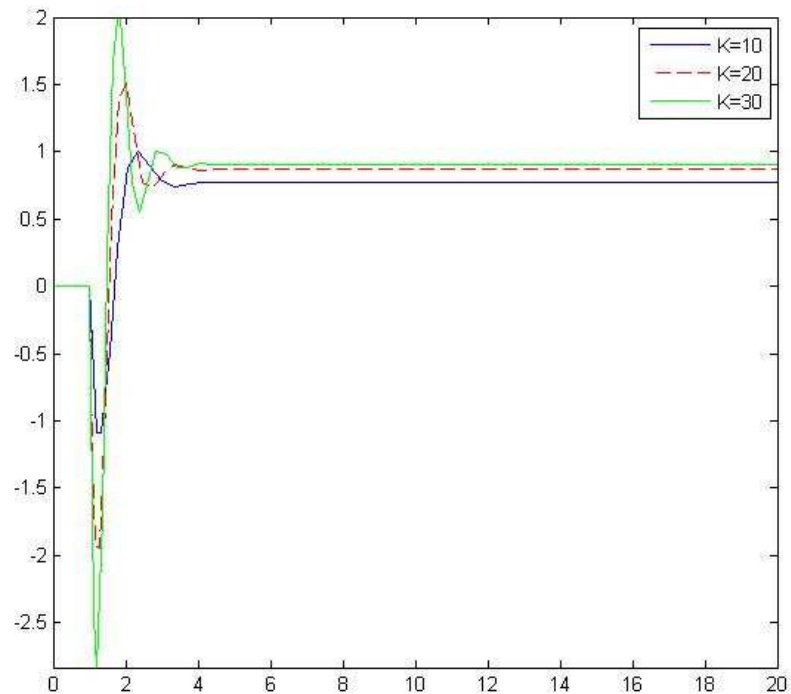


Figura 5.14 – Aumento do ganho proporcional com uso do Preditor de Smith em sistema de fase não-mínima.



Com o preditor é possível aumentar o controle preservando a estabilidade. No caso em que o modelo do preditor corresponde exatamente à função de transferência do sistema, o ganho não tem limite.

Na prática, é impossível obter um modelo identificado igual à transferência efetiva da planta, ou estimativa de atraso coincidente com o valor real. Portanto serão mostrados a seguir casos de estimadores não ideais para refletir sobre a validade deste método.

Considerando a má estimativa dos pólos do modelo, mantendo o ganho  $k = 10$ :

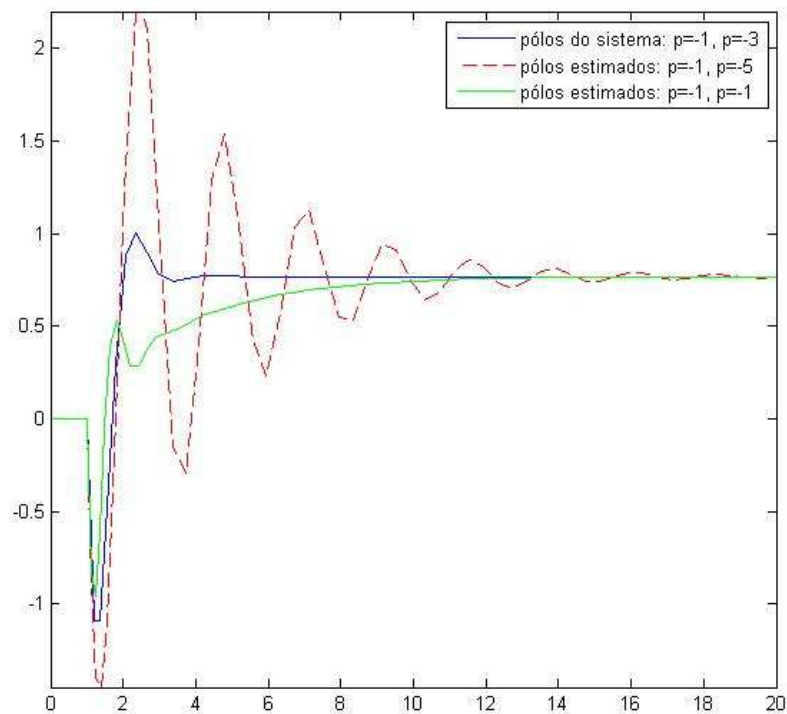


Figura 5.15 – Simulação para ganho proporcional igual a 10 com Preditor de Smith, variando a estimativa de pólos do sistema de fase não-mínima.

Ao errar a localização de um dos pólos para mais próximo da origem não há alteração na estabilidade do sistema. Entretanto, ao estimar um pólo mais afastado, isso pode levar a oscilações na resposta e até a instabilidade. Por isso é preciso modelar o sistema com muita cautela.

Considerando a má estimativa do “zero de fase não-mínima”, mantendo o ganho  $k = 10$ :

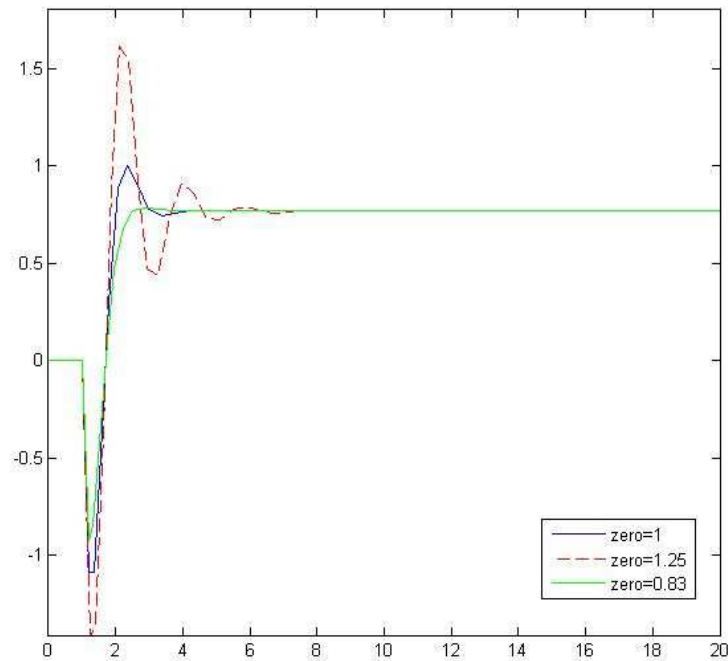


Figura 5.16 – Simulação para ganho proporcional igual a 10 com Preditor de Smith, variando a estimativa do zero de fase não-mínima.

O fator a ser eliminado da planta pelo uso do preditor é o zero localizado no semi-plano direito. Se a estimativa do numerador da planta tiver o valor de  $\alpha$  maior, ou seja, um zero mais próximo da origem, então esse erro causa redução do undershoot e da velocidade de resposta.

Porém, ao errar o valor de  $\alpha$  para menos, a resposta apresenta oscilações, podendo colocar em risco a estabilidade. O valor estimado de  $\alpha = 0.6$ , ou seja, zero estimado em  $s = 1.66$ , faz com que a resposta fique no limite da estabilidade.

### **5.3 – Erro estacionário e resposta transitória em sistemas com tempo morto**

Garantida a estabilidade, é preciso preocupar-se com o erro em regime permanente e com o comportamento durante o transitório da resposta. Quanto ao erro estacionário, o objetivo é anulá-lo. Para a resposta transitória, os principais pontos considerados neste trabalho são reduzir oscilações e o tempo de resposta. Será utilizado o degrau unitário aplicado após uma unidade de tempo como entrada.

Antes de utilizar métodos analíticos para o controle de sistemas com tempo morto, será empregado um procedimento empírico clássico proposto por Ziegler-Nichols, denominado “Método da Sensibilidade Limite”.

#### **5.3.1 – Ajuste de controle pelo método Ziegler-Nichols**

Considera-se inicialmente um método empírico clássico para ajuste dos parâmetros de um controlador PID.

O controle PID é definido pela saída do controlador:

$$v = K_p \left( e + \frac{1}{T_i} \int e \, dt + T_d \frac{de}{dt} \right)$$

O “Método da Sensibilidade Limite” de Ziegler-Nichols é freqüentemente usado como base de comparação para avaliação de técnicas de sintonia de controle PID. Este método consiste em experimentalmente encontrar o ganho crítico ( $k^*$ ) e o período de oscilação correspondente ( $p^*$ ), para então utilizar os valores da tabela a seguir.

Tipo de Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
Controle P	$k^*/2$		
Controle PI	$k^*/2.2$	$p^*/1.2$	
Controle PID	$k^*/1.7$	$p^*/2$	$p^*/8$

Tabela 5.1 – Tabela de Ziegler-Nichols para ajuste de controle  
 Fonte: SEBORG, DALE Et al. [9].

Considera-se um exemplo com o sistema atrasado  $\frac{1}{(s+1)^2} e^{-s}$  para ilustrar esse

método de controle. O diagrama de controle seria:

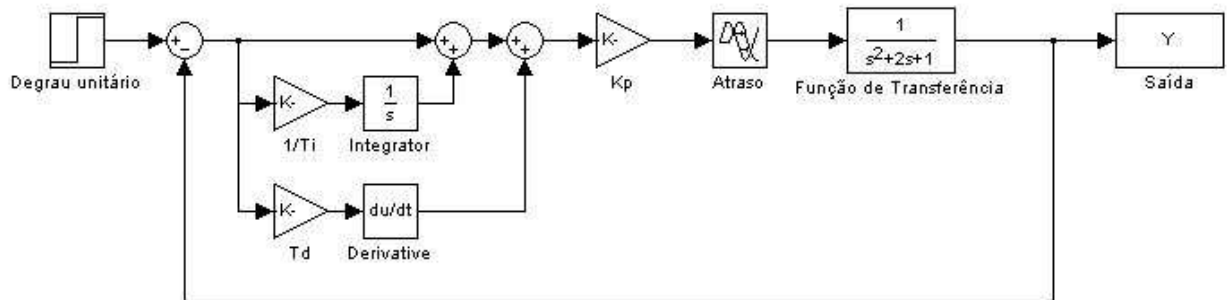


Figura 5.17 – Diagrama de blocos de controle PID em sistema com tempo morto.

Conforme o procedimento mencionado, encontram-se  $k^* = 2.7$ ,  $p^* = 4.6$ . Para um controle PI, visando corrigir o erro em regime permanente, ajustam-se os ganhos obtendo a resposta a seguir:

$$K_p = 1.23, \quad T_i = 3.83, \quad T_d = 0$$

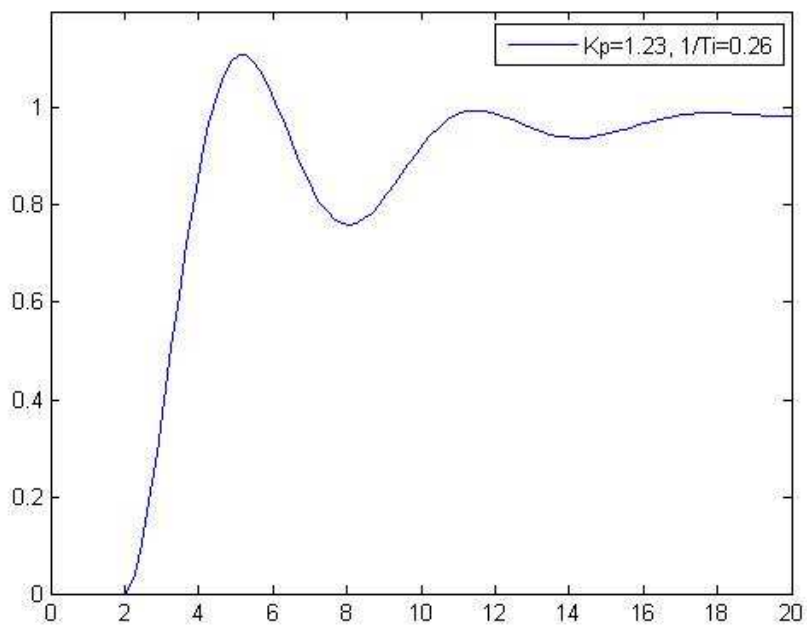


Figura 5.18 – Controle PI ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema com tempo morto.

Percebe-se que agora não há mais erro de regime, pois o fator integrador do controle faz com que a resposta atinja o valor de referência. Entretanto, a presença do atraso causa oscilações no início da resposta com este controle.

Com o controle PID, o ajuste dos parâmetros e a saída ficam:

$$K_p = 1.59, \quad T_i = 2.3, \quad T_d = 0.58$$

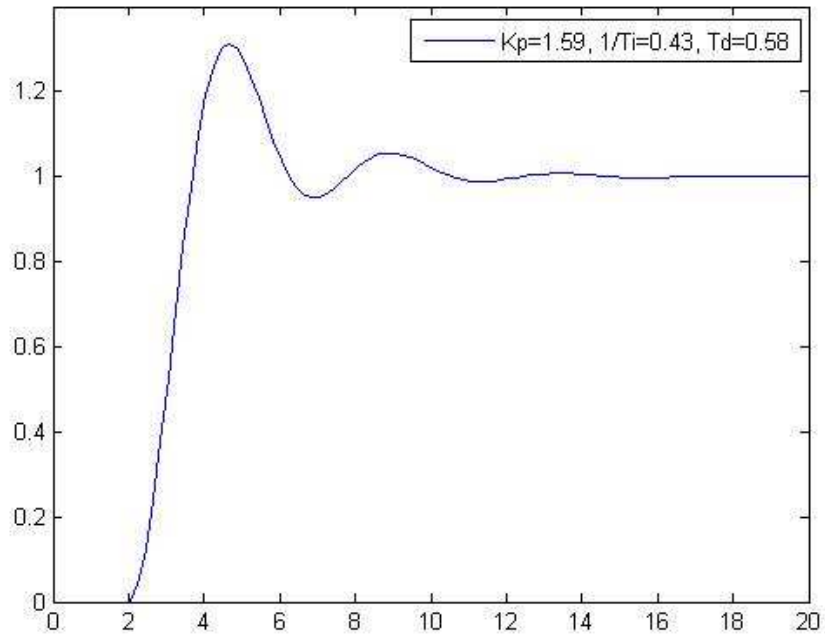


Figura 5.19 – Controle PID ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema com tempo morto.

Neste gráfico as oscilações são um pouco reduzidas, e a resposta atinge a referência mais rápido. Para observar melhor as diferenças entre os controles P, PI e PID comparam-se os três controles ajustados por Ziegler-Nichols aplicados a este sistema:

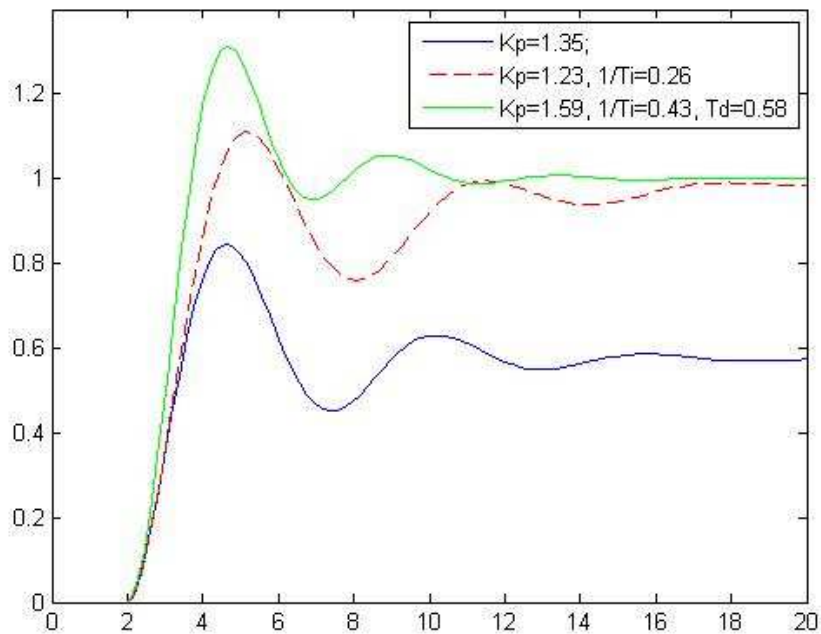


Figura 5.20 – Comparação entre controle P, PI e PID ajustados pelo método de Ziegler-Nichols para sistema com tempo morto.

Utilizando o controle proporcional há erro de regime permanente, já o controle PI anula o erro, mas apresenta muitas oscilações. O controle PID além de apresentar erro nulo reduz as oscilações e aumenta a velocidade de resposta.

### 5.3.2 – Projeto de Controle com aproximação de Padé

Ao abordar um projeto de controle analítico para sistemas com tempo morto, o fator exponencial se coloca como primeira dificuldade. Para resolver esta questão, recorre-se à aproximação de Padé, estudada anteriormente, de forma a substituir a exponencial por pólos e zeros. Verificou-se que a aproximação de Padé de 1ª ordem não traz um resultado tão satisfatório quanto a aproximação de 2ª ordem, mas devido a simplificação que traz, será utilizada a aproximação de 1ª ordem com a expectativa de proporcionar um bom efeito. Ao aplicar a aproximação de 2ª ordem, este efeito seria certamente melhorado.

Considerando a aproximação de Padé de 1ª ordem para atraso  $\theta = 1$ :

$$e^{-s} = \frac{1 - s/2}{1 + s/2}$$

Com esta aproximação, o cálculo do controle PI procede da maneira a seguir:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i} \frac{1}{s} \right) = K_p \frac{\left( s + \frac{1}{T_i} \right)}{s}$$

O controle apresenta um pólo na origem e um zero em  $-\frac{1}{T_i}$ . Examinando as raízes da planta, há dois pólos em  $-1$  e, devido à aproximação, um pólo em  $-2$  e um zero em  $2$ . Visando a simplificar os cálculos para ilustrar este controle, escolhe-se  $\frac{1}{T_i} = 1$ .

Deste modo, o controle projetado seria:

$$C(s) = K_p \frac{(s+1)}{s}$$

Para achar o valor de ganho proporcional a ser aplicado:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{K_p \frac{(s+1)}{s} \frac{(-s/2+1)}{(s+1)^2 (s/2+1)}}{1 + K_p \frac{(s+1)}{s} \frac{(-s/2+1)}{(s+1)^2 (s/2+1)}} \\ \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{K_p (-s/2+1)}{s(s+1)(s/2+1) + K_p (-s/2+1)} = \frac{K_p (-s/2+1)}{\frac{1}{2}s^3 + \frac{3}{2}s^2 + (1 - \frac{1}{2}K_p)s + K_p} \\ \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{K_p (-s/2+1)}{\frac{1}{2}(s^3 + 3s^2 + (2 - K_p)s + 2K_p)} \end{aligned}$$



Com auxílio do diagrama de root locus, encontra-se o valor de  $K_p$  limite para manter os pólos reais:

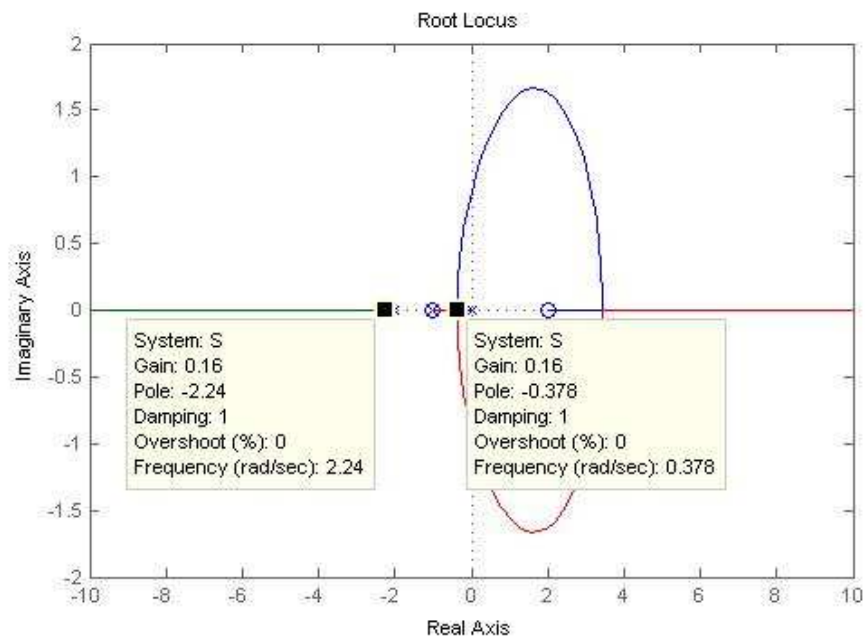


Figura 5.21 – Diagrama de Root Locus para sistema com tempo morto.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p \left(-\frac{s}{2} + 1\right)}{\frac{1}{2}(s + 2.24)(s + 0.378)^2} \rightarrow K_p = 0.16$$

Aplicando o controle PI com  $K_p = 0.16$  e  $1/T_i = 1$ :

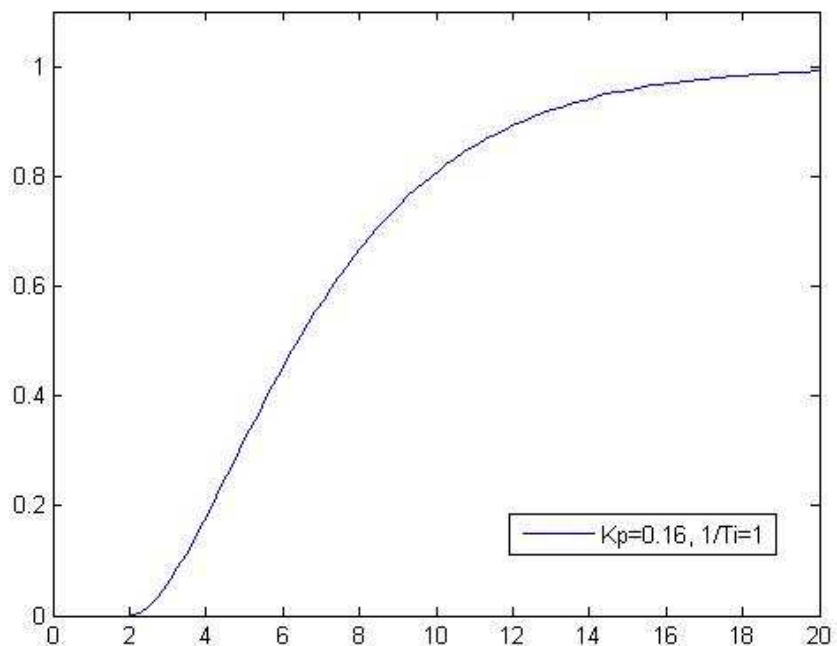


Figura 5.22 – Controle PI para sistema com tempo morto calculado com a aproximação de Padé.

Projetando o controle considerando o atraso aproximado, obtém-se uma saída sem oscilações, porém mais lenta. Esta abordagem pode ser muito útil, conforme exigências de cada aplicação.

### 5.3.3 – Preditor de Smith

Como o preditor se mostrou muito útil ao tratar a estabilidade, será também experimentado para melhorar a resposta transitória.

Considerando que o modelo do preditor é igual à planta e que o atraso estimado é igual ao atraso real do sistema ( $\theta = 1$ ), a ação do preditor separa o atraso da planta do sistema, resultando no esquema de controle:

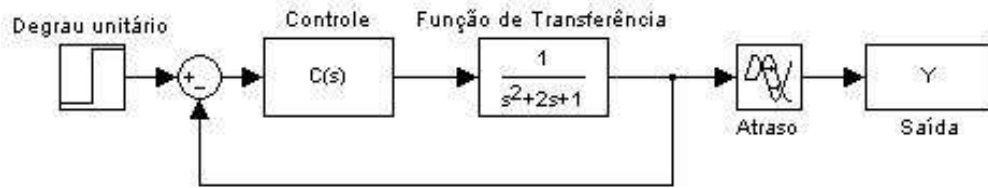


Figura 5.23 – Diagrama de blocos equivalente para controle com Preditor de Smith em sistema com tempo morto.

Neste caso, o Preditor resulta em uma configuração final com um loop de controle aplicado sobre a função de transferência e em série o atraso. Portanto, projetando o controle baseado nesta configuração, avalia-se a localização desejada dos pólos em malha fechada para não haver oscilações ou erro de regime. Aplica-se um controle com uma parcela integradora para obter erro nulo, o que significa acrescentar um pólo na origem e também um zero à esquerda.

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i} \frac{1}{s} \right) = K_p \frac{s + 1/T_i}{s}$$

$$C(s) = \frac{K_p (s + 1)}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{\frac{K_p (s + 1)}{s (s + 1)^2}}{1 + \frac{K_p (s + 1)}{s (s + 1)^2}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_p (s + 1)}{s (s + 1)^2}}{\frac{s (s + 1)^2 + K_p (s + 1)}{s (s + 1)^2}} = \frac{K_p (s + 1)}{(s + 1) (s^2 + s + K_p)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{(s + 0.5)^2} \rightarrow K_p = 0.25$$

Deste modo, o diagrama do controle e o sinal de saída ficam:

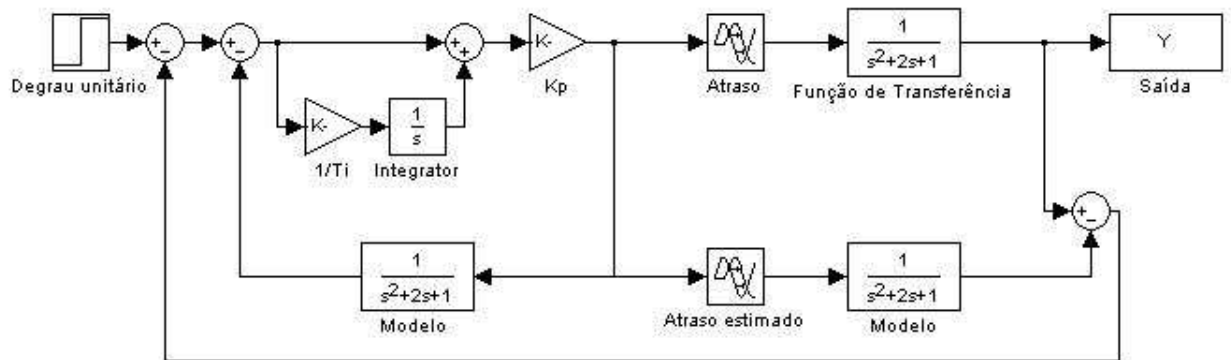


Figura 5.24 – Diagrama de blocos para controle PI com Preditor de Smith em sistema com tempo morto.

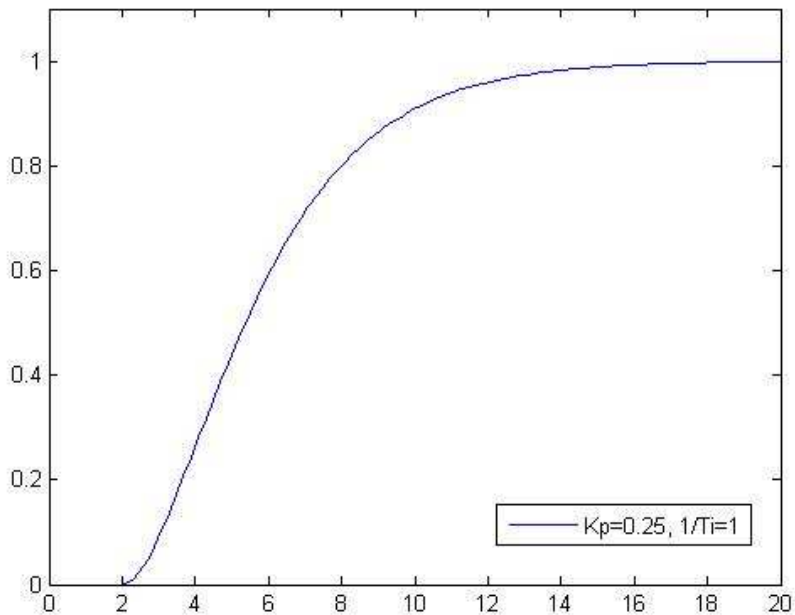


Figura 5.25 – Controle PI com Preditor de Smith calculado para sistema com tempo morto.

Ao combinar o preditor de Smith com o controle desejado para a planta sem atraso, obtém-se um resultado sem oscilações, porém não muito rápido, devido ao baixo ganho do controle. Conclui-se que o Preditor de Smith pode ser uma ferramenta bastante proveitosa também para o transitório da resposta, visto que esse é um bom resultado comparado às seções anteriores.

As vantagens observadas com o uso do preditor são dependentes da qualidade deste. Se a identificação da planta não é perfeita, ou a estimativa do atraso não equivale ao valor real, o efeito do preditor de Smith pode ser diferente. É importante averiguar as mudanças para esses casos, como é mostrado a seguir.

Avaliando a estimativa do atraso:

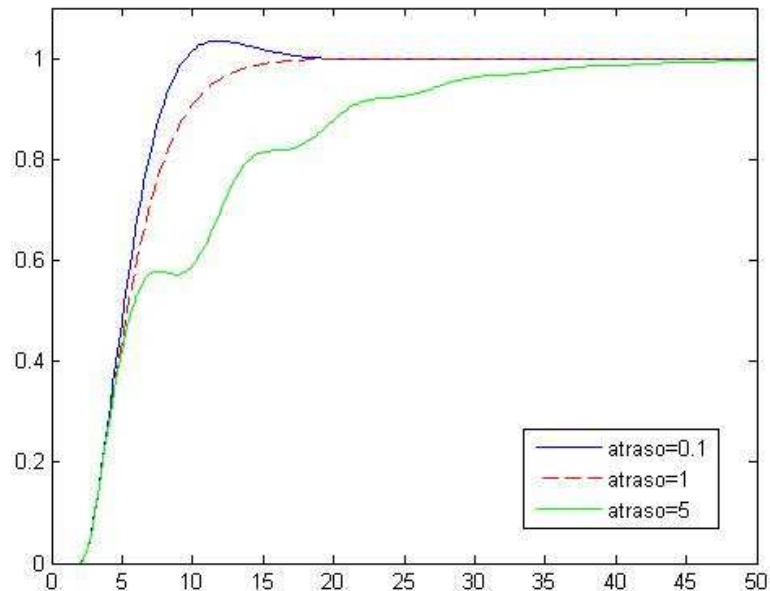


Figura 5.26 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa do atraso no tempo.

Estimando um atraso maior a saída apresenta oscilações, mas converge para a referência. Estimando atraso menor, aparece um overshoot no início e a velocidade de resposta aumenta.

Estimando os pólos da planta, constituindo o modelo do preditor:

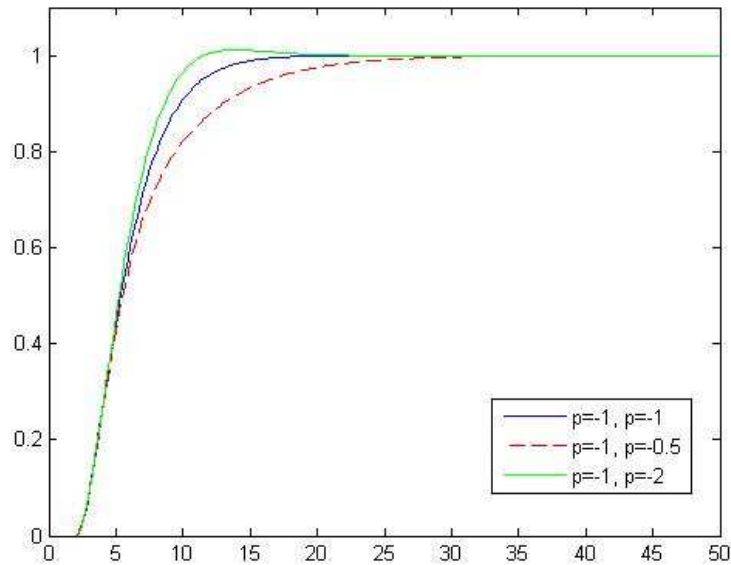


Figura 5.27 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa dos pólos do sistema com tempo morto.

Errar ligeiramente a localização dos pólos da planta não compromete o uso do preditor. Portanto a margem de erro que valida o Preditor de Smith é satisfatória para garantir um uso lucrativo desta ferramenta.

#### 5.4 – Erro estacionário e resposta transitória em sistemas de fase não-mínima

Após estudar a estabilidade nesses sistemas, é importante também tratar do regime permanente e da parcela transitória da resposta. Um fator essencial em muitos processos a serem controlados é o erro em regime permanente. Ao inserir um integrador no controle pode-se até anular este erro.

Como foi mostrado neste trabalho, os sistemas de fase não-mínima apresentam um undershoot, contrariando o sinal de referência no início da resposta ao degrau. Atenuar este undershoot, existente devido ao zero à direita, é um desafio para projetos de controle.

Contudo, serão apresentadas tentativas de reduzir esse undershoot, para que em cada situação possa ser medido o quanto este fator compromete o resultado esperado do sistema e quais são as possibilidades de amenizá-lo.

Ao fechar a malha do sistema e aplicar o sinal de controle, os zeros continuam os mesmos que em malha aberta, então mesmo após controlar o sistema o efeito de fase não mínima devido a zeros no SPD permanece.

A planta  $\frac{1-s}{(s+1)(s+3)}$  com um zero de fase não-mínima será utilizada nas subseções a seguir.

### 5.4.1 – Ajuste de controle pelo método Ziegler-Nichols

Seguindo a linha de pensamento que entende sistema com tempo morto como um sistema de fase não-mínima, toma-se a liberdade de usar o mesmo método de controle válido para o primeiro tipo de sistema para o caso de fase não-mínima.

A ação de controle integral é utilizada para reduzir o erro de regime permanente. Entretanto, a parcela integral costuma introduzir oscilações à resposta, podendo prejudicar a estabilidade do sistema. Por isso é de suma importância a escolha dos ganhos aplicados. O esquema de controle proporcional-integral utilizado neste sistema é conforme segue:

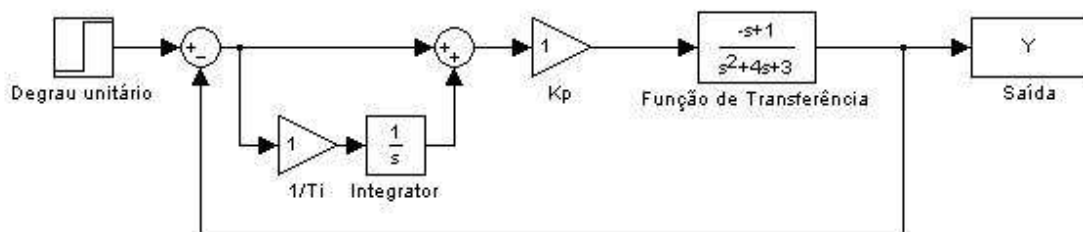


Figura 5.28 – Diagrama de blocos para controle PI em sistema de fase não-mínima.

Para escolher o peso das parcelas integral e proporcional, experimenta-se calcular o controle com o método de Ziegler-Nichols.

$$k^* = 4, p^* = 2.4$$

$$K_p = 1.82$$

$$\frac{1}{T_i} = 0.5$$

Com estes valores de ganho para controle PI tem-se a curva de saída:

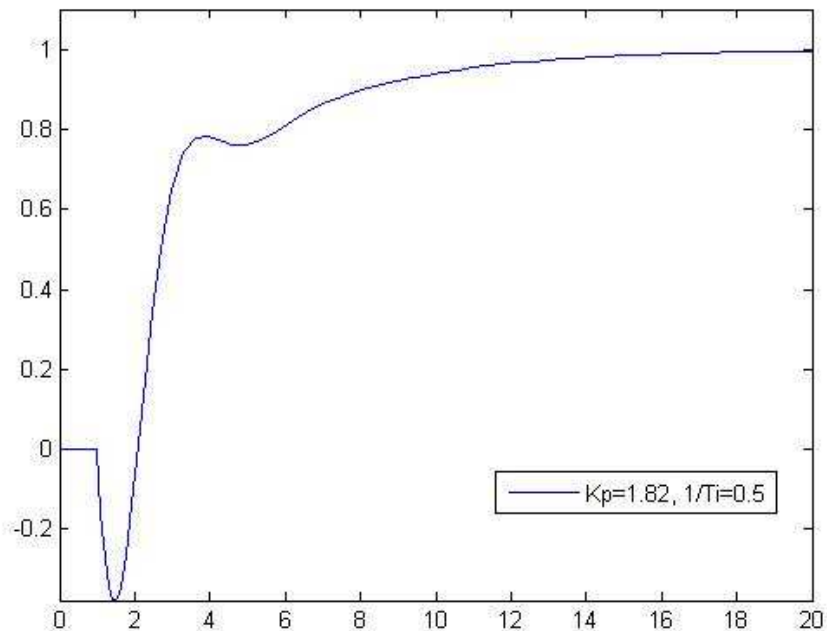


Figura 5.29 – Controle PI ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema de fase não-mínima.

Com o mesmo sistema e a mesma configuração de controle anterior, uma parcela derivativa é inserida diretamente da saída. Se o derivador fosse colocado após o sinal de erro, seria preciso derivar a entrada, o que causaria um impulso na saída devido à troca de nível nulo para referência no instante que o degrau é aplicado. No instante inicial em que a entrada é aplicada, sua derivada é um impulso, que não pode ser aplicado como controle. Após este instante, a entrada é um valor constante e, portanto, sua derivada é nula. Então, desconsiderando o instante inicial, a derivada do erro é menos a derivada da saída.



A partir do diagrama abaixo, utilizando o método de Ziegler-Nichols para determinar o controle PID:

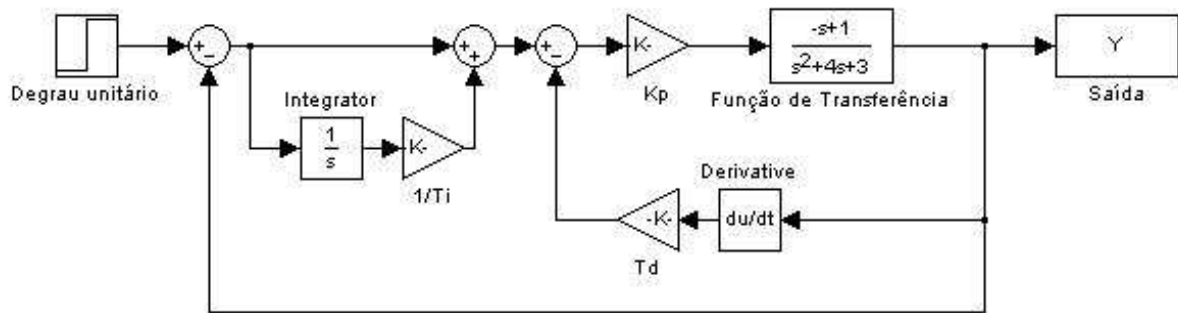


Figura 5.30 – Diagrama de blocos para controle PID aplicado em sistema de fase não-mínima.

$$K_p = 2.35$$

$$K_i = 0.83$$

$$K_d = 0.3$$

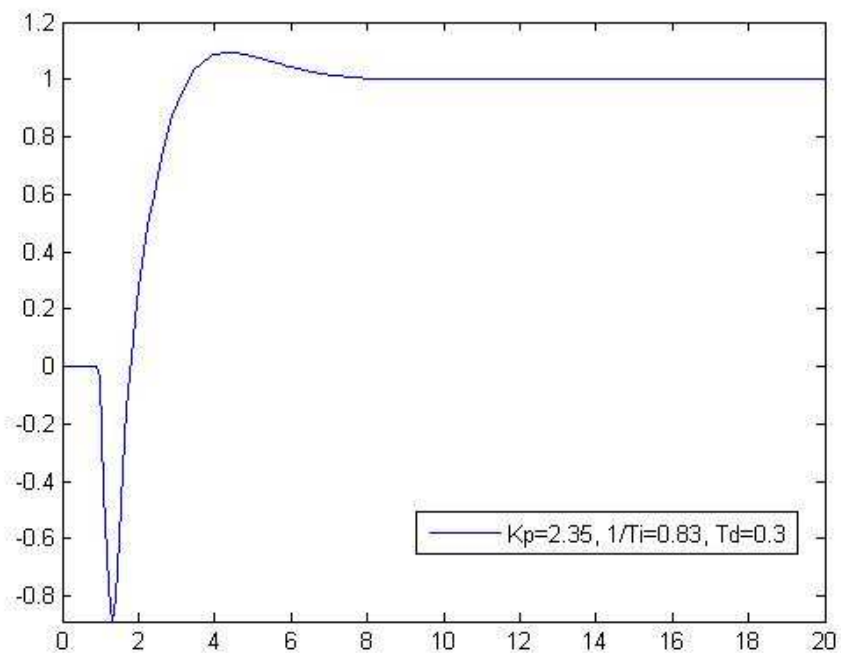


Figura 5.31 – Controle PID ajustado pelo método de Ziegler-Nichols para sistema de fase não-mínima.

Com controle PID a resposta é mais rápida e as oscilações são fortemente reduzidas, porém o undershoot inicial devido à fase não-mínima é acentuado.

### 5.4.2 – Projeto analítico de controle

Ao pensar em controlar o sistema de fase não-mínima, a primeira idéia seria projetar um controle PI de modo a garantir que o erro seja nulo. Para tal, considerando a mesma planta das seções anteriores, a partir da escolha dos pólos em malha fechada determina-se o controle. Para simplificar os cálculos escolhe-se  $\frac{1}{T_i} = 1$ , visto que a presença deste zero em  $s = -1$  é vantajosa para o sistema de controle.

$$C(s) = K_p \frac{s + 1/T_i}{s}$$

$$C(s) = K_p \frac{s + 1}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{K_p \frac{s+1}{s} \frac{(1-s)}{(s+1)(s+3)}}{1 + K_p \frac{s+1}{s} \frac{(1-s)}{(s+1)(s+3)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p (1-s)}{s(s+3) + K_p (1-s)} = \frac{K_p (1-s)}{s^2 + (3 - K_p)s + K_p}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p (1-s)}{(s+1)^2} \rightarrow K_p = 1$$

O ganho proporcional é definido como o ganho em que os pólos se encontram no eixo horizontal, logo antes de passarem a assumir valores complexos.

A simulação no Matlab para este controle produz:

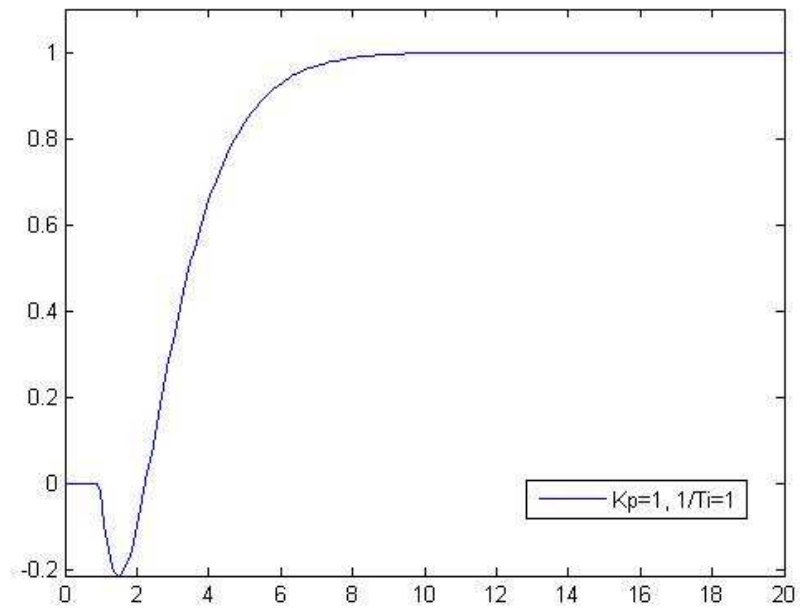


Figura 5.32 – Controle PI calculado para sistema de fase não-mínima.

Percebe-se um melhor resultado comparando com o obtido pelo método de Ziegler-Nichols. O undershoot não se acentua, pois o ganho não é alto, não aparecem oscilações e o tempo de resposta é próximo ao anterior.

Mantendo o controle integral com  $\frac{1}{T_i} = 1$  e variando o controle proporcional, para ajustar a força de cada parcela conforme a necessidade de um sistema:

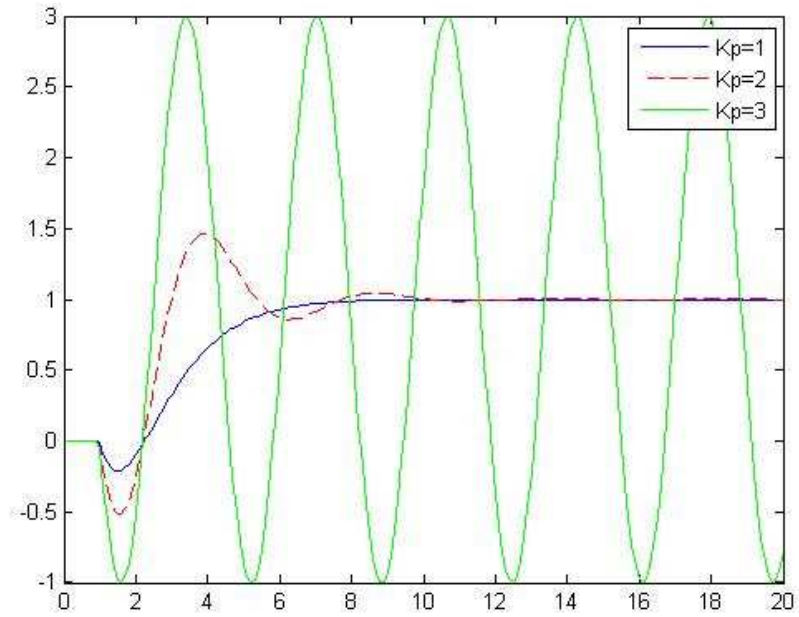


Figura 5.33 – Controle PI para sistema de fase não-mínima, variando o ganho proporcional.

Agora mantendo  $K_p = 1$  e variando  $1/T_i$  :

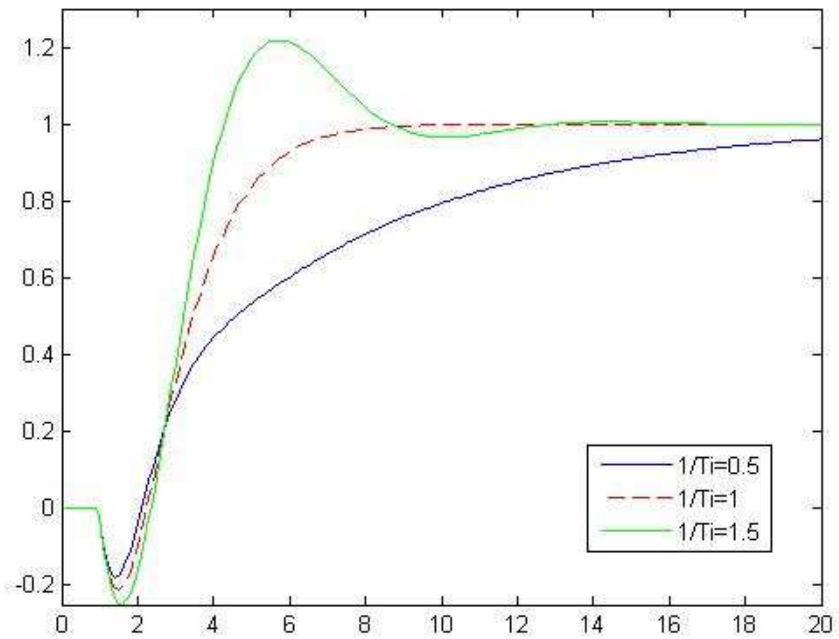


Figura 5.34 – Controle PI para sistema de fase não-mínima, variando o ganho do integrador.

Ao alterar o peso da parcela proporcional ou integral, aumentam as oscilações podendo chegar à instabilidade caso ultrapasse o valor limite dos ganhos. Cada projeto deve levar em conta as características importantes que a saída deve apresentar, tendo em mente os valores críticos que delimitam a estabilidade.

### 5.4.3 – Preditor de Smith

O preditor de Smith foi empregado com sucesso ao analisar a estabilidade de sistemas de fase não-mínima. Para a resposta transitória deve também ser útil, e será então aplicado considerando o modelo ideal.

Projetando um controle PI  $C(s)$  para a planta  $G(s)$ , sendo que o zero de fase não-mínima é separado da malha fechada com o auxílio do preditor:

$$C(s) = \frac{K_p (s+1)}{s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} = \frac{\frac{K_p (s+1)}{s} \frac{1}{s(s+1)(s+3)}}{1 + \frac{K_p (s+1)}{s(s+1)(s+3)}}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s(s+3) + K_p} = \frac{K_p}{s^2 + 3s + K_p}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{(s+1.5)^2} \rightarrow K_p = 2.25$$

Com o mesmo critério para escolher o ganho integrador e o ganho proporcional usado anteriormente, o diagrama de controle fica:

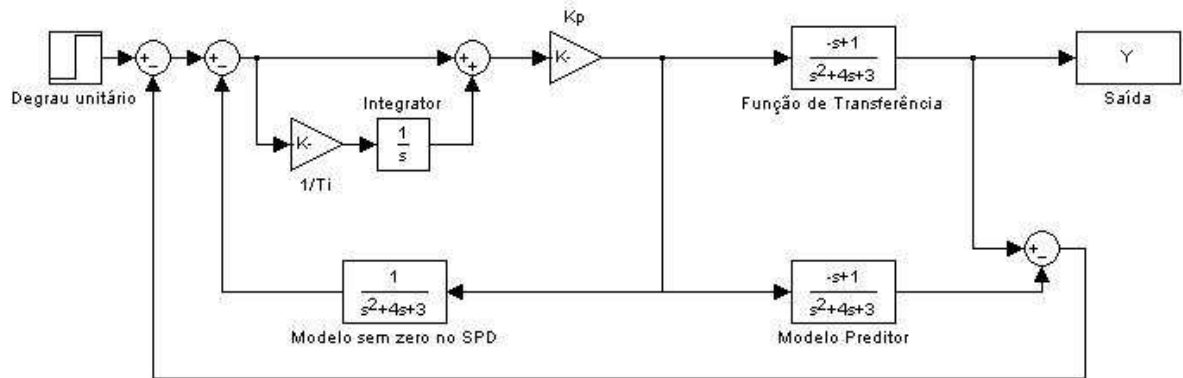


Figura 5.35 – Diagrama de blocos para controle PI com Preditor de Smith aplicado em sistema de fase não-mínima.

Simulando para o modelo do preditor igual à função de transferência  $G(s)$ :

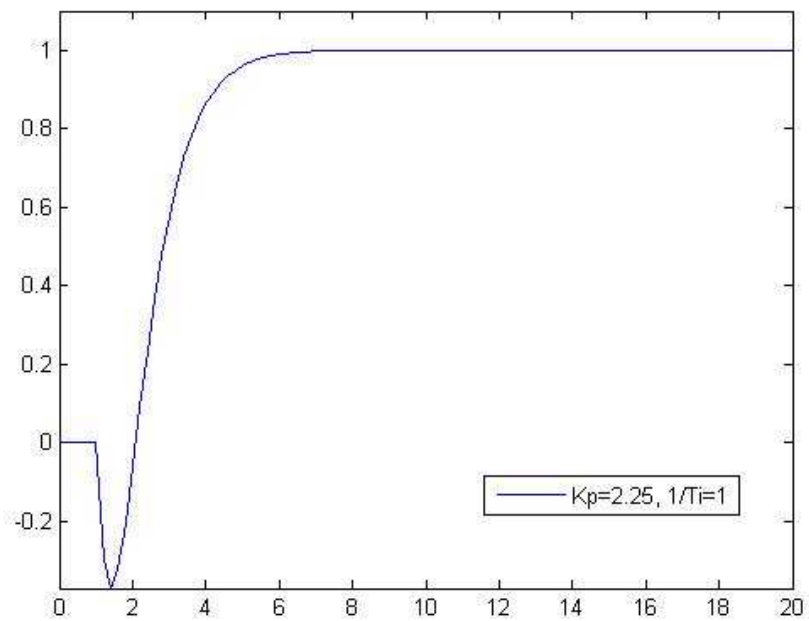


Figura 5.36 – Controle PI com Preditor de Smith calculado para sistema de fase não-mínima.

A saída apresenta um pouco mais de undershoot do que no controle da seção anterior, mas em benefício de um tempo de resposta menor.

Mantendo o controle e fazendo a predição do zero diferente do zero da planta:

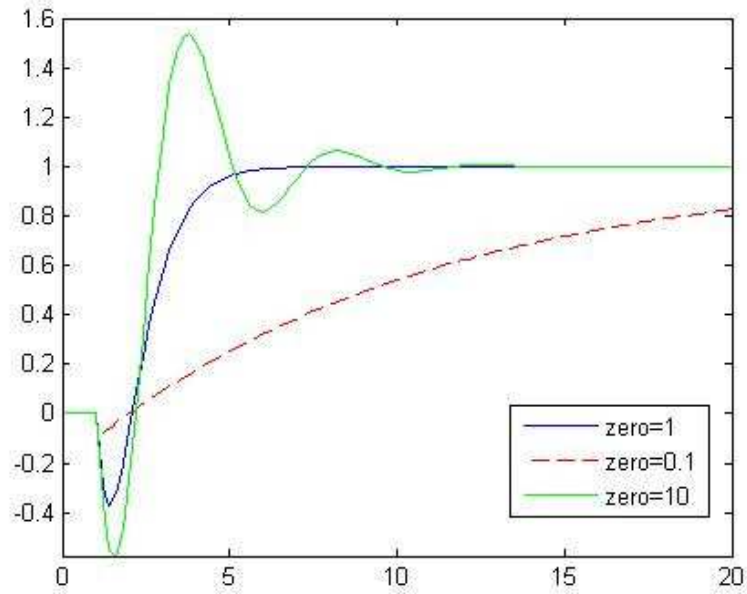


Figura 5.37 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa do zero de fase não-mínima.

Ao estimar o zero mais próximo à origem, o efeito de fase não-mínima é atenuado, reduzindo o undershoot, porém a saída fica mais lenta. Para zero estimado mais afastado, tem-se maior undershoot e overshoot antes de convergir para a referência, em velocidade mais alta que no caso anterior. Logo, o preditor pode ser útil mesmo sem identificar perfeitamente a planta e para melhor resultado pode-se escolher a predição de acordo com as características mais importantes para o sistema, seja aumentar a velocidade de resposta ou reduzir o undershoot.

Estimando os pólos da planta:

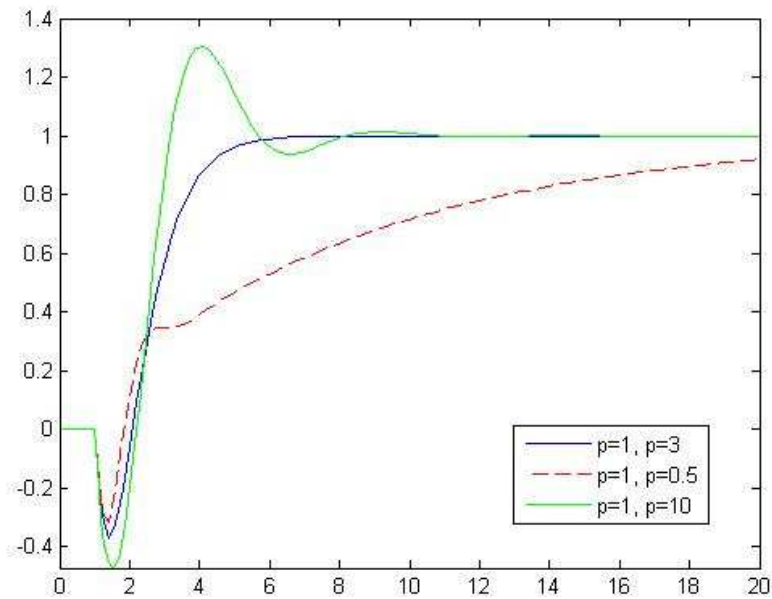


Figura 5.38 – Controle PI com Preditor de Smith, variando a estimativa dos pólos do sistema de fase não-mínima.

A má estimativa dos pólos também influencia em undershoots e overshoots e na velocidade de resposta, mas o preditor continua exercendo sua função, mesmo com um modelo distante da planta.

#### 5.4.4 – O problema específico do undershoot

Supondo como objetivo de controle anular o undershoot na saída, considerando um sistema em malha aberta para facilitar este desenvolvimento inicial, seria necessário colocar um pólo onde se encontra o zero responsável por gerar o undershoot. Como este zero está localizado no semi-plano direito, logo a transformada do controle possuiria um pólo à direita, o que significa um controle instável.

Para não haver undershoot na saída, a entrada  $f$  aplicada à função de transferência deve conter uma exponencial crescente, conforme mostram os cálculos abaixo, partindo da curva de saída ideal:



$$y_{ideal}(t) = 1 - e^{-t}$$

$$Y_{ideal}(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} = \frac{1}{s(s+1)}$$

$$F_{ideal}(s) = \frac{Y_{ideal}(s)}{H(s)}$$

$$F_{ideal}(s) = \frac{1}{s(s+1)} \frac{(s+1)^2}{1-\alpha s} = \frac{(s+1)}{s(1-\alpha s)}$$

Expandindo em frações parciais e aplicando a transformada inversa de Laplace:

$$F_{ideal}(s) = \frac{(s+1)}{s(1-\alpha s)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{1-\alpha s}$$

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+1}{1-\alpha s} = 1$$

$$B = \lim_{s \rightarrow 1/\alpha} \frac{s+1}{s} = 1 + \alpha$$

$$F_{ideal}(s) = \frac{1}{s} + \frac{1+\alpha}{1-\alpha s}$$

$$F_{ideal}(s) = \frac{1}{s} + \frac{1+\alpha}{-\alpha \left( -\frac{1}{\alpha} + s \right)}$$

$$f_{ideal}(t) = \left[ 1 - \left( \frac{1}{\alpha} + 1 \right) e^{t/\alpha} \right] u(t)$$

Portanto a única solução seria um controle ideal, divergente devido a uma exponencial. Não é possível realizar este controle, pela sua divergência e pela necessidade de extrema precisão do sinal de controle. Concluindo, é preciso aceitar a presença do undershoot, tentando reduzi-lo como possível de acordo com os outros fatores do sistema.

#### 5.4.5– Controle inicial negativo

O undershoot presente na saída do sistema de fase não-mínima implica em um pensamento intuitivo: por que não aplicar um controle contrário à entrada, para então “enganar” o sistema e forçar a saída esperada?

A idéia de reduzir o undershoot através de um controle contrário ao ganho que aumenta o undershoot se resume em aplicar um controle inicialmente invertido em relação ao valor final, isto é, um controle negativo já que a referência é positiva, e após um período trocar o controle para positivo. Apesar de ser uma idéia intuitiva, não resolve o problema.

A seguir clarifica-se como a ação do controle negativo provoca um aumento do undershoot, em vez de reduzi-lo.

Para o sistema com função de transferência  $H(s) = \frac{1 - \alpha s}{(1 + s)^2}$ , aplicando uma entrada  $f$  em malha aberta de forma a alternar o nível da variável de controle de negativo a positivo, conforme segue:

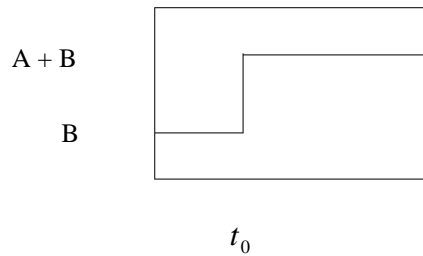


Figura 5.39 – Sinal de controle inicial negativo, trocando para um valor positivo.

$$F(s) = \frac{B}{s} + \frac{A e^{-t_0 s}}{s}$$

$$Y(s) = \frac{(1 - \alpha s)(B + A e^{-t_0 s})}{s(1 + s)^2}$$

Expandindo em frações parciais:

$$Y(s) = \frac{B}{s} \frac{1 - \alpha s}{(s + 1)^2} + \frac{A}{s} \frac{1 - \alpha s}{(s + 1)^2} e^{-t_0 s}$$

$t \leq t_0 :$

$$y(t) = y_1(t)$$

$t > t_0 :$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t - t_0)$$

$$y_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{B(1-\alpha)s}{s(s+1)^2} \right\}$$

$$y_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{B}{s} - \frac{B(1+\alpha)}{(s+1)^2} - \frac{B}{s+1} \right\}$$

$$y_1(t) = [B - B e^{-t} - B(1+\alpha)t e^{-t}] u(t)$$

$$y_2(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A(1-\alpha)s}{s(s+1)^2} e^{-t_0 s} \right\}$$

$$y_2(t) = \left[ A - A e^{-(t-t_0)} - A(1+\alpha)(t-t_0) e^{-(t-t_0)} \right] u(t-t_0)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace

$$y(t) = B[1 - e^{-t} - (1+\alpha)t e^{-t}] u(t) + A[1 - e^{-(t-t_0)} - (1+\alpha)(t-t_0) e^{-(t-t_0)}] u(t-t_0)$$

Aplicando um sinal de controle negativo em malha aberta, a curva de resposta inicia positiva, mas logo passa para um valor negativo. Trocando o controle de negativo para positivo ou de positivo para negativo, pretendia-se diminuir o undershoot. Porém neste momento de troca ocorre a queda da curva. Com a variável de controle alternando seu valor de -1 para 1, obtém-se a saída e o sinal de controle ilustrados na figura a seguir.

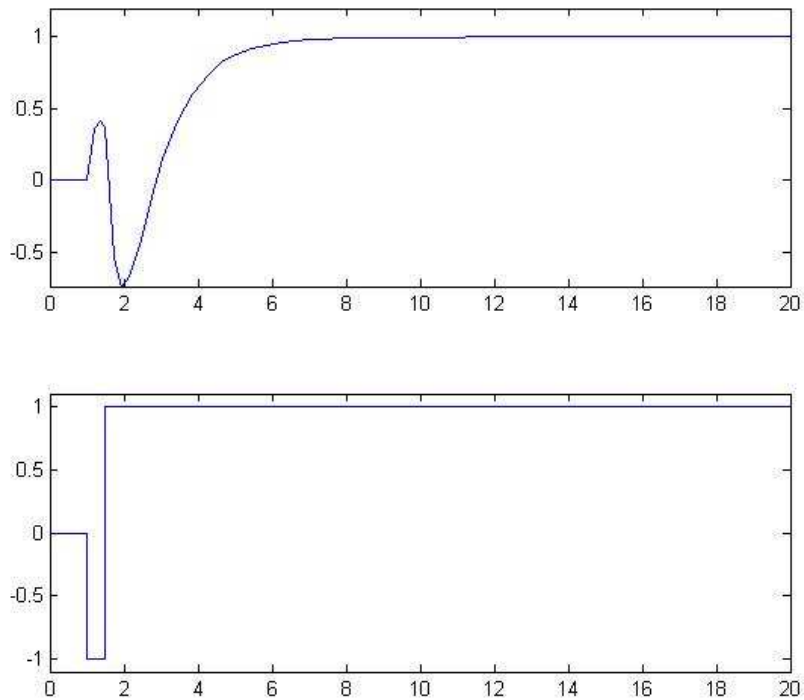


Figura 5.40 – Controle inicial negativo aplicado em sistema de fase não-mínima.

Ao aplicar controle positivo, a resposta sempre apresenta uma queda acentuada. Já o sinal negativo tem a tendência de fazer a curva subir, entretanto por um curto intervalo de tempo, e depois aparece um undershoot ainda mais acentuado que sem o controle.

Ao cessar o controle negativo, mantendo positivo, a resposta atinge o valor de referência, após apresentar um undershoot mais acentuado do que o undershoot inicial que se pretendia eliminar.

Experimentando outra idéia baseada nesta intuição, fazendo trocas sucessivas de ganho negativo e positivo, como um controle em tempo real mudando para cada tendência de undershoot:

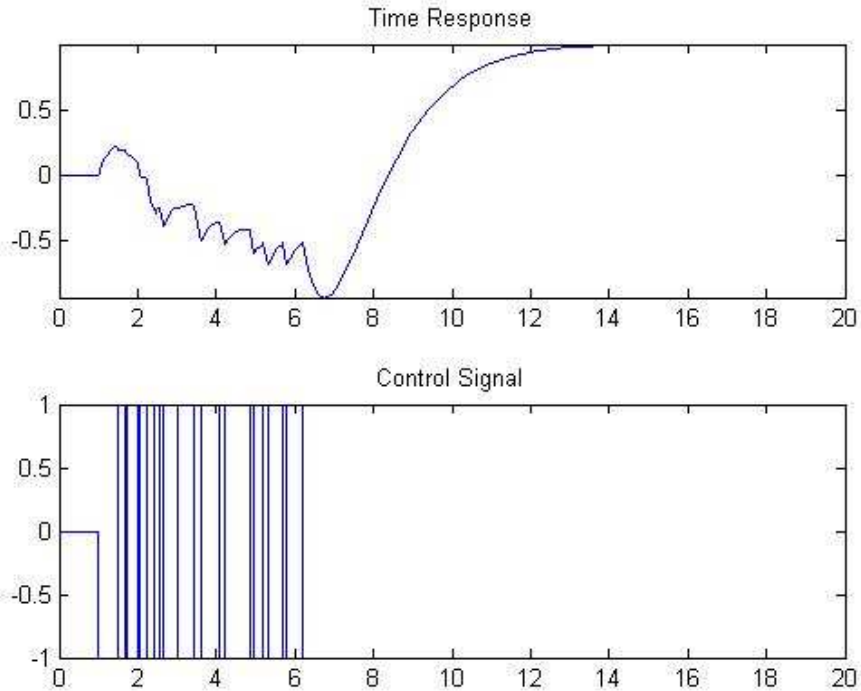


Figura 5.41 – Controle de sucessivas trocas entre nível negativo e positivo aplicado em sistema de fase não-mínima.

No início da curva de resposta, o undershoot esperado (observado anteriormente, sem a entrada de controle) não aparece, mas sim um overshoot.

Quando o sinal de controle passa de negativo a positivo, esta troca de sinal gera um undershoot ainda mais acentuado. Portanto mesmo mantendo o sinal positivo por pouco tempo, o valor de saída cai consideravelmente. Ou seja, este controle negativo só consegue adiar o undershoot, mas não traz solução e ainda causa aumento do problema.

#### 5.4.6 – Filtro em série com a entrada degrau

Interpretando o fenômeno do undershoot, sua causa é o aparecimento da derivada do degrau de referência, com sinal contrário. O degrau apresenta um salto de 0 para 1, sendo sua derivada um impulso. A função de transferência do sistema de fase não-mínima abordado apresenta no numerador o fator  $(1 - \alpha s)$ . Este fator atua sobre a entrada gerando um impulso para baixo, devido ao sinal negativo de  $-\alpha s$ . Este impulso gera então o undershoot na resposta.

Se em vez desta entrada degrau fosse aplicado um sinal que variasse de 0 a 1 mais suavemente, a saída seria também mais suave, reduzindo o undershoot. Escolhendo um filtro com pólo em -1 para inserir em série com a entrada, tem-se o controle resultante abaixo.

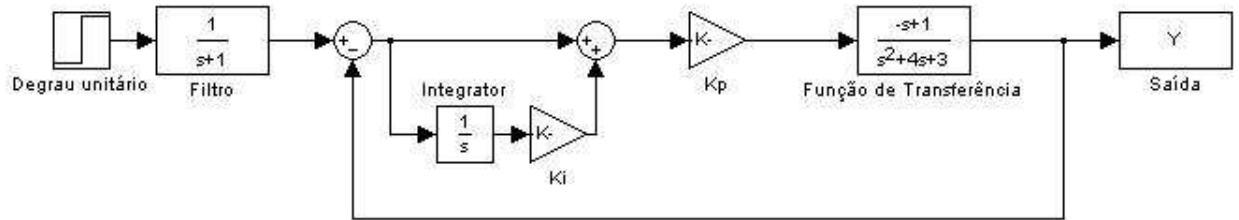


Figura 5.42 – Diagrama de blocos para filtro inserido em série com a entrada e controle PI aplicado em sistema de fase não-mínima.

Com o controlador PI calculado anteriormente,  $C(s) = \frac{K(s+1)}{s}$ , acrescentando o filtro à entrada, a saída do sistema obtida é mostrada a seguir.

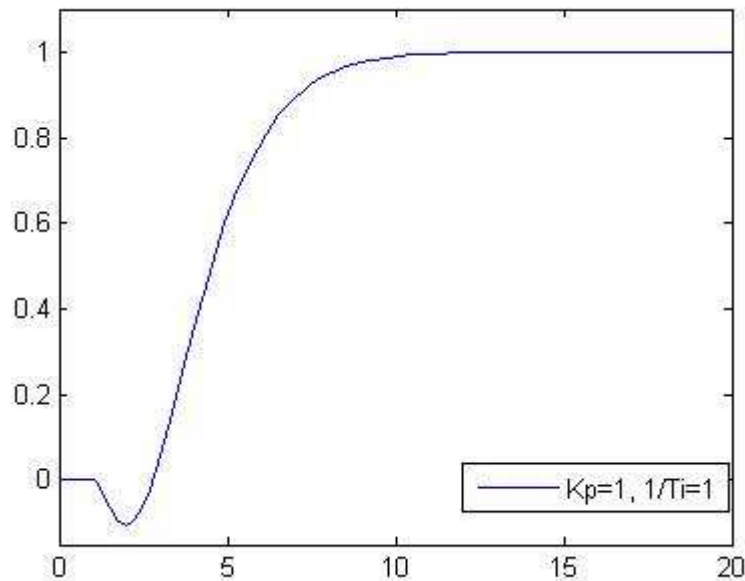


Figura 5.43 – Sinal de saída para controle PI com filtro inserido em série com a entrada, para sistema de fase não-mínima.

Como já esperado, o filtro consegue reduzir o undershoot sem sacrificar significativamente o tempo de resposta, mostrando uma amenização dos efeitos de fase não-mínima.

### 5.4.7 – Controle não linear

Uma regra de controle linear é um caso particular dentre as regras de controle. Entre a possibilidade de usar um ganho fixo para controlar um sistema e usar um ganho variável, o ganho fixo apresenta a vantagem de preservar a linearidade e facilitar a análise. Por outro lado, o ganho variável deve resultar em melhor desempenho.

Considerando um controle PI com ganho proporcional e integral fixos, compara-se o resultado com a saída obtida por um controle PI com ganho integral fixo e ganho proporcional variável.

Para este controle PI, utiliza-se o preditor de Smith para viabilizar o valor de ganho alto mantendo a estabilidade e a parcela integral fixa apresenta ganho unitário (assim como no projeto analítico de controle PI). Segue abaixo simulação para dois valores de ganho proporcional.

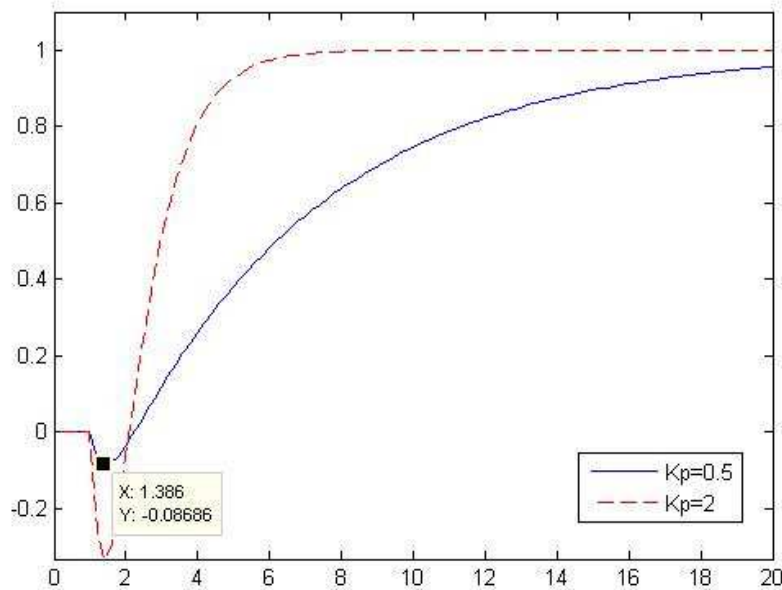


Figura 5.44 – Controle PI com Preditor de Smith aplicado sobre sistema de fase não-mínima.

Considerando agora o controle não linear, propõe-se a variação do ganho proporcional da seguinte maneira: enquanto o erro for grande, o ganho aplicado será baixo e, com erro pequeno o ganho será alto. O ganho proporcional é escolhido baixo para reduzir o undershoot, pois no primeiro instante o sistema de fase não-mínima segue uma direção contrária ao sinal aplicado, sendo maior o undershoot quanto maior é a

força aplicada. A troca para um ganho alto é para que a resposta não seja muito lenta. Conforme há a redução do erro do sistema pretende-se aumentar o ganho proporcional.

Para aplicar este controle é preciso ter cuidado com o ganho crítico para evitar que o sistema fique instável. Como para este sistema estudado o limite de ganho é muito baixo, impedindo o uso de valores altos de ganho, utiliza-se o Preditor de Smith em conjunto com este controle PI, permitindo aumentar o ganho sem prejudicar a estabilidade.

Segue abaixo o diagrama do sistema e a regra de controle, sendo a variação da parcela proporcional alterada entre 0.5 e 2, dependendo se o sinal de erro é maior ou menor que 0.6.

$$v = K_p(e) \left[ e + \int e \, dt \right], \text{ onde}$$

$$K_p(e) = \begin{cases} 0.5, & |e| > 0.6 \\ 2, & |e| < 0.6 \end{cases}$$

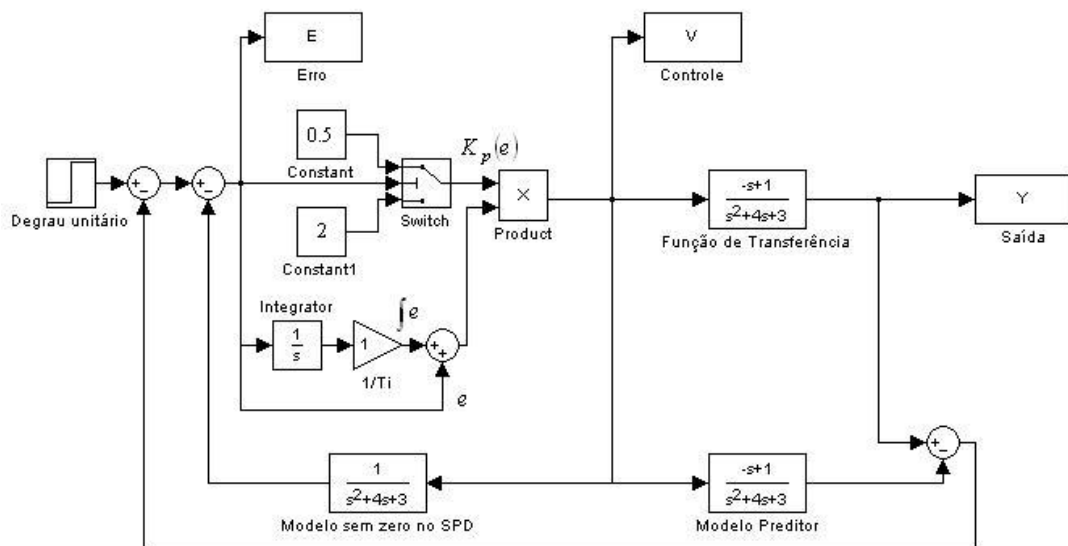


Figura 5.45 – Diagrama do controle não linear com Preditor de Smith aplicado sobre sistema de fase não-mínima.



Os sinais de erro, controle e saída resultantes são exibidos abaixo.

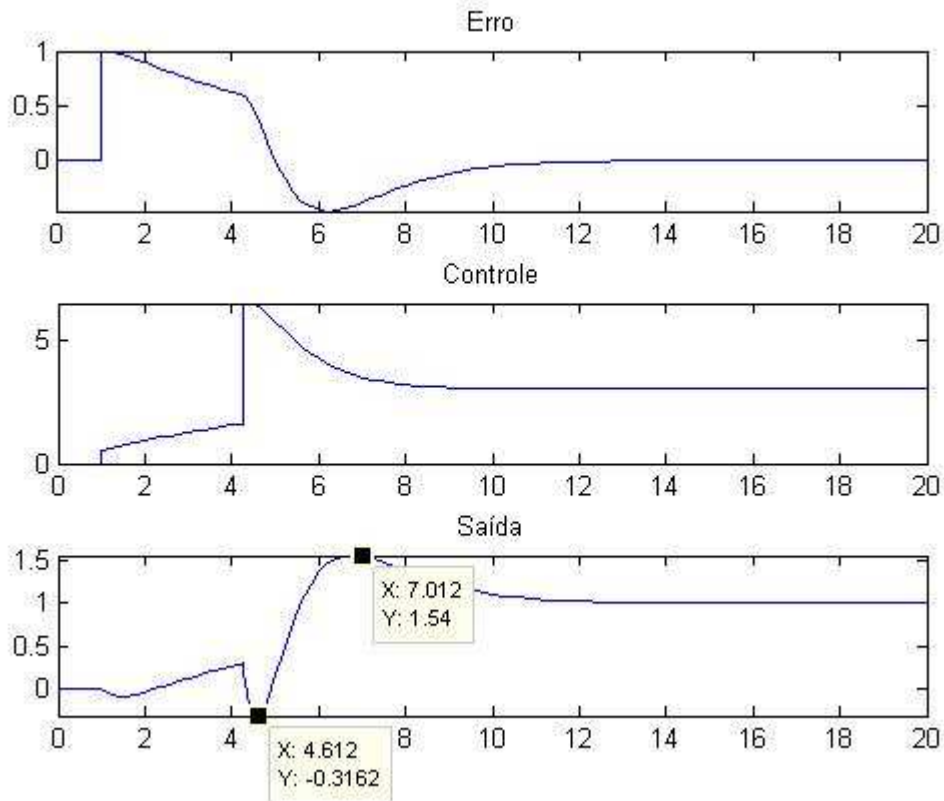


Figura 5.46 – Sinais de erro, controle e saída para controle não linear com Preditor de Smith aplicado.

Com este controle, aparece um undershoot no instante da troca de ganho. Também há um overshoot considerável antes da saída seguir o valor de referência. Portanto, esta opção de controle não se mostra satisfatória.

Substituindo a troca de nível de ganho de modo a evitar o salto de 2 para 10, propõe-se uma função de controle da forma:

$$v = K_p(e) \left[ e + \int e \, dt \right], \text{ onde}$$

$$K_p(e) = \begin{cases} \frac{3}{1+|e|} - 1, & |e| < 1 \\ 0.5, & |e| > 1 \end{cases}$$

O resultado aplicando esta função é mostrado a seguir.

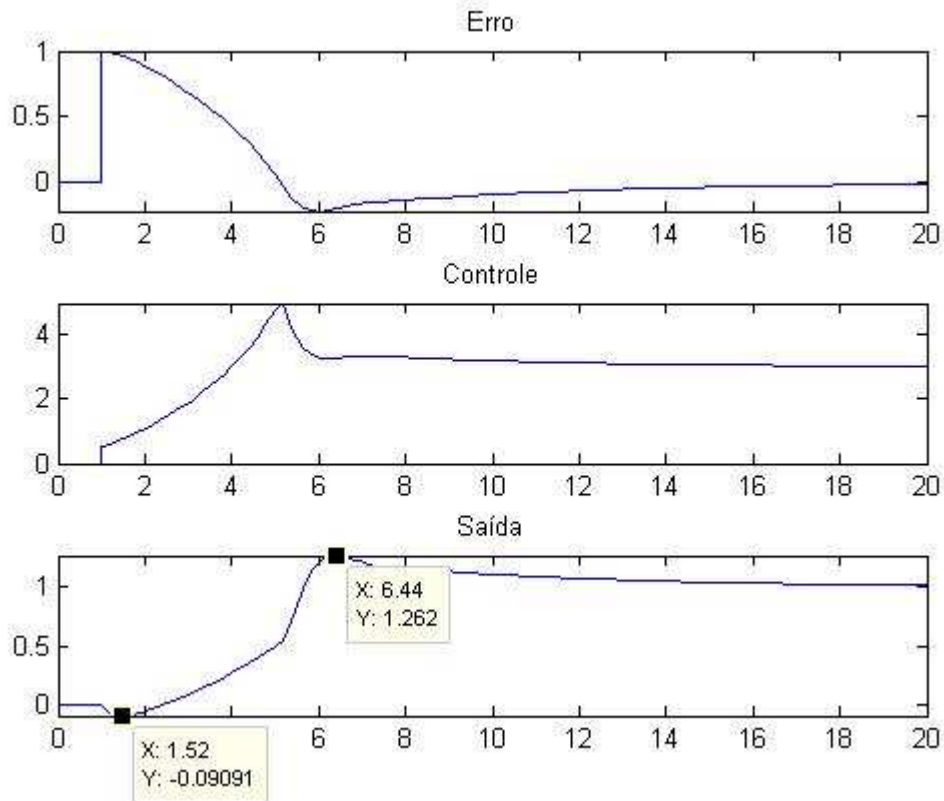


Figura 5.47 – Sinais de erro, controle e saída para controle não linear com Preditor de Smith com ganho proporcional variando com função do erro.

Percebe-se na figura acima que a saída não apresenta mais um segundo undershoot. Comparando com o gráfico de PI fixo apresentado, o undershoot é bem próximo e a resposta atinge o valor de referência mais rápido com este controle não linear. Entretanto, ainda ocorre um overshoot indesejável.

Aplicando uma função de troca de ganho mais suave:

$$v = K_p(e) \left[ e + \int e \, dt \right], \text{ onde}$$

$$K_p(e) = \begin{cases} 2 - 1.5e, & 0 < e < 1 \\ 2 + 1.5e, & -1 < e < 0 \\ 0.5, & |e| > 1 \end{cases}$$

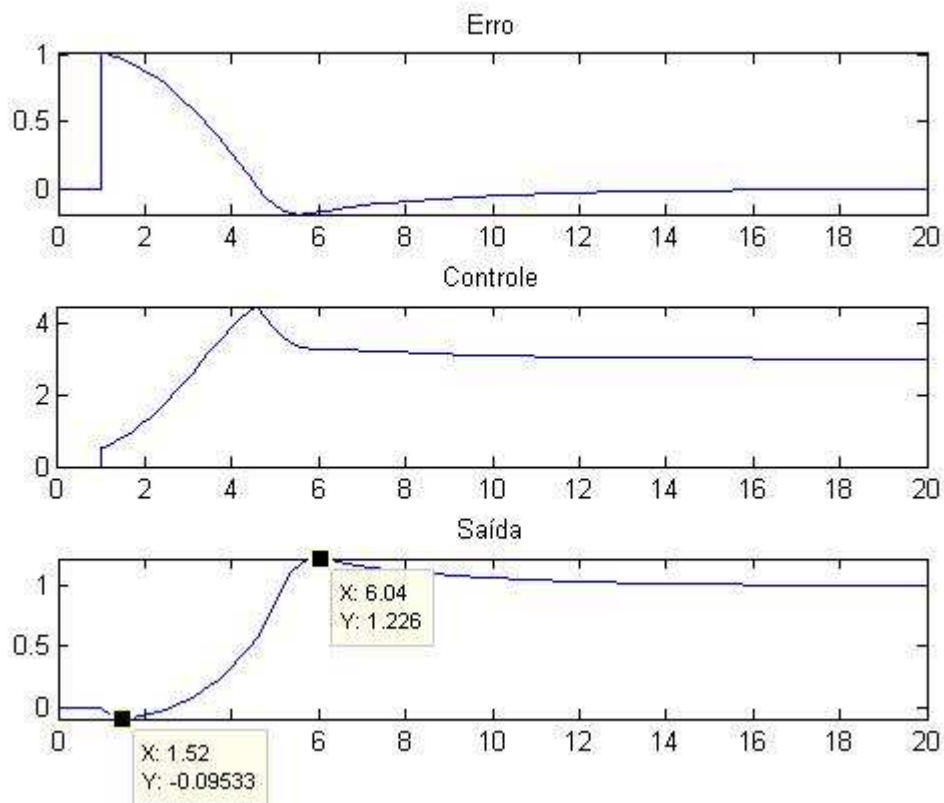


Figura 5.48 – Sinais de erro, controle e saída para controle não linear com Preditor de Smith com ganho proporcional variando com função linear do erro.

Com este controle, o undershoot praticamente não se altera em relação ao caso anterior e ao caso do PI fixo, e a velocidade de resposta é maior que nos outros dois. O overshoot apresenta uma leve redução em relação ao caso anterior.

Portanto, com a comparação entre os controles com ganho variável e o PI fixo, conclui-se que o ganho proporcional variável possibilita aumentar a velocidade de resposta sem que o undershoot seja muito prejudicado. Contudo, os controles não lineares aplicados causam overshoot. Certamente a escolha entre controle fixo ou variável deve ser feita baseada nas necessidades de cada aplicação, podendo ser o controle linear a alternativa mais adequada. Outras regras de controle não linear poderiam melhorar o desempenho do sistema, sendo esta uma sugestão para trabalhos futuros.

## 6 Conclusão

Neste trabalho foram abordados sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima, discutindo suas interessantes características.

Nos sistemas de fase não-mínima foi observado o comportamento em direção contrária à entrada degrau unitário inicialmente. Este undershoot acontece devido à presença de zeros no semi-plano direito. Zeros à direita também são responsáveis por atraso de fase, da mesma forma que pólos à esquerda.

A influência dos zeros à direita, de fase não-mínima, foi analisada em alguns aspectos. Quanto à localização dos zeros, constatou-se que, quanto mais baixa a frequência em que se encontra, maior é o undershoot provocado. Sobre a quantidade de zeros, foi considerado um sistema com dois zeros de fase não-mínima. Este sistema apresentou em sua resposta no tempo um overshoot seguido por um undershoot, e então o comportamento da resposta de seguir o valor da referência positiva. Foi examinado um sistema com três zeros à direita, concluindo que cada zero de fase não-mínima a mais no sistema adiciona uma troca de sinal na resposta no tempo. Mostrou-se ainda que quanto maior a quantidade de zeros à direita, maior é o undershoot, uma vez que aumenta o efeito de fase não-mínima. É importante citar que a influência do zero de fase não-mínima se acentua conforme se aproxima da origem, enquanto zeros afastados não afetam quase o sistema. Portanto quando há um zero próximo ao eixo e outros afastados, o zero próximo é o responsável pelos efeitos de fase não-mínima do sistema, pois o efeito dos zeros muito afastados é atenuado.

Sobre os pólos de um sistema de fase não-mínima, verificou-se que, ao se afastarem da origem, o undershoot e a velocidade de resposta aumentam. Também foi observado menor undershoot e resposta mais lenta para maior quantidade de pólos presentes. Quando se tem um pólo próximo ao eixo e um segundo pólo se afastando, quando este último tende a infinito não influencia o sistema, como se não existisse. Assim, o pólo dominante é o mais próximo à origem. Além desses efeitos mencionados, quanto mais baixa a frequência de um pólo ou zero, ocorre uma antecipação do atraso de fase.

Ao tratar de sistemas com atraso de transporte, foram apresentadas aproximações para o tempo morto obtidas pela série de Taylor e pela tabela de Padé. A

aproximação de Padé consiste em representar o tempo morto por pólos e zeros, sendo os zeros no semi-plano direito. Ou seja, esta abordagem trata os sistemas com tempo morto como sistemas de fase não-mínima. O efeito de undershoots e overshoots no início da resposta no tempo foi observado ao utilizar a aproximação de Padé e, ao se supor uma aproximação com infinitos termos, conclui-se por indução que, no limite essas oscilações iniciais dariam lugar a uma resposta nula durante um intervalo de tempo.

Para o controle de sistemas com tempo morto, a estabilidade foi a primeira questão abordada. O tempo morto limita a estabilidade do sistema, tornando fundamental conhecer o ganho crítico. Para isso, foi calculado o valor limite de ganho pelo critério de Nyquist, mostrando também que maior atraso significa ganho mais limitado. Analisando a estabilidade pelo critério de Hurwitz, com auxílio da aproximação de Padé, os valores obtidos com aproximação de 1ª ordem apresentaram uma considerável diferença em relação aos valores exatos. Já com aproximação de Padé de 2ª ordem, os resultados foram bem próximos aos valores encontrados por Nyquist, demonstrando como esta aproximação pode ser uma boa substituição para o tempo morto.

Ainda sobre a estabilidade, apresentou-se o método de compensação do atraso conhecido como Preditor de Smith, tendo como principal efeito a ampliação da região de estabilidade. Este preditor funciona com um modelo identificado da planta com tempo morto e, para estimativas mais precisas, obtém-se uma melhor resposta, possibilitando o uso de ganhos mais altos.

A estabilidade também foi analisada em sistemas de fase não-mínima, primeiramente obtendo o ganho crítico a partir do root locus. Baseado na semelhança relatada entre sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima, o Preditor de Smith foi aplicado em sistemas de fase não-mínima, sendo o zero do semi-plano direito o fator separado da malha fechada. Verificou-se que, assim como é importante estimar o tempo morto corretamente, uma estimativa mais exata do zero de fase não-mínima melhora o desempenho do preditor, viabilizando aumentar a força do controle.

Após estudar a estabilidade, preocupou-se em anular o erro estacionário e melhorar o desempenho no transitório da resposta. Para obter erro nulo, fez-se uso de controle PI. Para o sistema com tempo morto, empregou-se primeiramente um método empírico clássico proposto por Ziegler-Nichols, conhecido como “Método da Sensibilidade Limite”. Este procedimento possibilitou o ajuste de parâmetros de controladores PI e PID, que apresentaram em suas respostas algumas oscilações.

Para o projeto de controle analítico de sistemas com tempo morto, o fator exponencial representava uma dificuldade inicial. Entretanto, como já havia sido tratado neste trabalho, pôde-se utilizar a aproximação de Padé para tempo morto. A aproximação aplicada neste caso foi de 1ª ordem, acreditando ser suficiente para obter uma boa resposta e indicando que ao aumentar a ordem de aproximação deve-se atingir um melhor resultado. A resposta com a aproximação de Padé de 1ª ordem não apresentou oscilações, porém foi mais lenta que no controle anterior. Utilizando o Preditor de Smith em auxílio ao controle PI para tentar melhorar o desempenho do transitório, ganhos mais altos foram viabilizados. Neste caso, para estimativa maior que o tempo morto real a resposta apresentou oscilações, e para estimativa menor houve overshoot no início e resposta mais rápida.

O foco da resposta transitória de sistemas de fase não-mínima era atenuar o undershoot sem sacrificar a velocidade de resposta. Também se pretendia anular o erro em regime permanente. A partir da semelhança entre os sistemas com tempo morto e sistemas de fase não-mínima, tomou-se liberdade para aplicar o método de ajuste de Ziegler-Nichols em sistemas de fase não-mínima, para controle PI e PID. O undershoot na resposta não se acentuou e a velocidade não foi significativamente prejudicada.

Com o projeto analítico de controle, obteve-se um melhor resultado, reduzindo o undershoot e tornando a resposta mais rápida, sem gerar oscilações. Depois de calcular os parâmetros do controlador, os ganhos proporcional e integral podem ser ajustados para melhor atender as necessidades específicas de cada sistema.

Novamente utilizou-se o Preditor de Smith em sistemas de fase não-mínima, com o intuito de separar o fator de fase não mínima. O undershoot resultante se acentuou um pouco em relação ao controle PI projetado anteriormente, entretanto a velocidade de resposta aumentou. Ao estimar o zero mais próximo à origem atenuou-se o undershoot e afastando-o, aumentou-se o undershoot e a velocidade de resposta.

Considerando especificamente a questão do undershoot, foi discutida a impossibilidade de anulá-lo, uma vez que seria necessário um controle com pólo instável e realizar este controle com total precisão. Portanto, concluiu-se que se deve aceitar a presença de undershoot, tentando amenizá-lo somente.

A partir de uma idéia intuitiva, foi empregado um controle inicialmente negativo, contrário à entrada, tentando “enganar” o sistema para que não houvesse undershoot. Contudo, ocorreu um undershoot ainda mais acentuado no momento da troca do ganho negativo para positivo, para que a resposta atingisse o valor positivo de

referência. A troca de nível de ganho representa um salto, assim como acontece na entrada degrau. Portanto, a saída apresentou um overshoot em resposta à entrada negativa, mas após um intervalo de tempo o undershoot apareceu mais acentuado. Em uma nova tentativa, foram feitas trocas sucessivas de ganho negativo e positivo, sem êxito. O undershoot foi somente adiado e acentuado mais uma vez.

Para atenuar o undershoot, foi proposto amenizar a causa do problema, o salto da entrada. Para isso, inseriu-se um filtro em série com a entrada, tornando a mudança de nível da entrada mais suave. Assim, conseguiu-se reduzir o undershoot sem diminuir significativamente a velocidade da resposta.

Fez-se uma pequena introdução ao uso de controle não linear, com regras de ganhos variáveis com o erro. Mesmo tendo observado poucas melhorias com este controle, sugere-se como perspectivas futuras avaliar mais extensivamente ganhos variáveis e regras de controle não linear a fim de encontrar uma alternativa que melhore o desempenho do sistema.

# Bibliografia

- [1] TRUXAL, J.G., *Control System Synthesis*, McGraw-Hill
- [2] CASTRUCCI, P. B. L., BATISTA, L., *Controle Linear: método básico*, São Paulo, Edgard Blucher
- [3] [http://comunidade.femc.edu.br/~renato/CSII/12\\_Frequencia\\_4PP.pdf](http://comunidade.femc.edu.br/~renato/CSII/12_Frequencia_4PP.pdf), 2008.
- [4] LATHI, B.P., *Signals, Systems and Controls*, Intext Educational Publishers
- [5] “Projeto de Controladores para processos de fase não-mínima”, [http://www.eq.ufrj.br/links/h2cin/eqe709/AULA\\_6/AULA\\_6.pdf](http://www.eq.ufrj.br/links/h2cin/eqe709/AULA_6/AULA_6.pdf), 2009.
- [6] “Preditor de Smith para o Controle de Sistemas com Atraso de Transporte”, [http://www.das.ufsc.br/~aarc/ensino/graduacao/DAS5121/Lab\\_Preditor\\_Smith.doc](http://www.das.ufsc.br/~aarc/ensino/graduacao/DAS5121/Lab_Preditor_Smith.doc), 2009.
- [7] Abe, N., Yamanaka, K., “Smith Predictor Control and Internal Model – A Tutorial”, [http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?arnumber=1324170](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=1324170), 2009.
- [8] BOTTURA, C. P., *Análise Linear de Sistemas*, Guanabara Dois
- [9] SEBORG, DALE Et al., *Process Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, 1989.
- [10] BOFFI, L. V., COUTINHO, J. A. M., *Elementos de Análise de Sistemas Lineares*, Técnico-Gráfica Industrial.
- [11] Oishi, M., Tomlin, C., “Switching in Nonminimum Phase Systems Applications to a VSTOL Aircraft”, [http://sun-valley.stanford.edu/~tomlin/papers/acc00\\_2.ps.gz](http://sun-valley.stanford.edu/~tomlin/papers/acc00_2.ps.gz), 2009.



# Apêndice A Código do Matlab para gerar gráficos do projeto

```
% Análise e Controle de Sistemas de Fase Não Mínima e de Sistemas com
% Tempo Morto

warning off all

styles = struct('type', {'-b', '--r', '-g', '--m', '-.oc', ':k',
':y', '-.g'});

%-----
%-----
% SISTEMAS COM ATRASO
%-----
%-----
% Aproximação de  $\exp(-Ts)$  pelo limite  $[1/(1 + Ts/n)]^n$ 

load_system('atraso_aproximacao_lim')
clc
display('Aproximação por limite para  $\exp(-Ts)$ ')
display([' T = ' num2str(5) ])
n=1;
for i=1:4
    n=n+2
    set_param('atraso_aproximacao_lim/n', 'Value', num2str(n));

    if i==1,
        set_param('atraso_aproximacao_lim/Transfer
Fcfn', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[5/3 1]');end

    if i==2,
        set_param('atraso_aproximacao_lim/Transfer
Fcfn', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[5/5 1]');end

    if i==3,
        set_param('atraso_aproximacao_lim/Transfer
Fcfn', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[5/7 1]');end

    if i==4,
        set_param('atraso_aproximacao_lim/Transfer
Fcfn', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[5/9 1]');end

    sim('atraso_aproximacao_lim');
    plot(tout, Y.signals.values, styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end
legend('n=3', 'n=5', 'n=7', 'n=9')
close_system('atraso_aproximacao_lim')
```

```

%-----
% Aproximação de exp(-Ts) por Pade (3a, 2a e 1a ordem)

display([' Aproximação de Pade para atraso T ( exp(-Ts) ) ' ])
T = 5;

for i=1:3
    N = i;
    display(['Coeficientes de numerador e denominador da aproximação
de Pade de ordem ' num2str(N) ' para atraso ' num2str(T) ])
    [num,den] = pade(T,N)

    pade(T,N);

    display(['Aproximação de Pade de ordem ' num2str(N) ' (em '
styles(N).type ') ' ])
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end

%-----
%-----
% SISTEMAS DE FASE NÃO-MÍNIMA
%-----
% Exemplo: Sistema de fase não-mínima de 1ª ordem - Circuitos em ponte

clc
display('Resposta no tempo ao degrau para Exemplo1 - pólo e zero
simétricos - H(s) = 1-s/(s+1)')
load_system('exemplo1')

    display(['-alpha = ' num2str(1) ' (em ' styles(i).type ')'])

    sim('exemplo1');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.1]); % axis([xmin,xmax,ymin,ymax])
    fig = plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);

    title('Step Response')

close_system('exemplo1')

%-----
% Resposta no tempo ao degrau para H(s) = 1-as/(s+1)- Variando
localização do zero

load_system('sistema_fase_ao_minima_1polo')
clc
display('Resposta no tempo ao degrau para H(s) = 1-as/(s+1)')

for i = 1:3

set_param('sistema_fase_ao_minima_1polo/alpha','Gain',num2str(0.001*(
10^(i)))));
    save_system('sistema_fase_ao_minima_1polo');

```

```

        display(['-alpha = ' num2str(0.001*(10^(i))) ' (em '
styles(i).type ')]')
        display([' zero = ' num2str(1/(0.001*(10^(i)))) ])

        sim('sistema_fase_nao_minima_1polo');
        axis manual;
        axis([0 20 -Inf Inf]);
        fig = plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
        if (i == 1) || (i == 3), hold; end
        pause
    end
    title('Step Response')
    legend('zero=100','zero=10','zero=1');

    saveas(fig,'sist1_time')

    close_system('sistema_fase_nao_minima_1polo')

%-----
% Resposta em frequencia para  $H(s) = 1-as/(s+1)$ - Variando localização
do zero

clc
display('Resposta em frequencia para  $H(s) = 1-as/(s+1)$ ')

for i = 1:3
    alpha = (0.001*(10^(i)));
    h = tf([-alpha 1],[1 1]);

    display([' alpha = ' num2str(alpha) ' (em ' styles(i).type ')]')
    display([' zero = ' num2str(1/alpha) ])

    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('zero=100','zero=10','zero=1','zero=0.1');
display('Editar eixo y e salvar figura como - sist1_bode.jpg')

pause

        display(['Gráfico para zero = ' num2str(1/(0.000001)) ])
        h = tf([-0.000001 1],[1 1]);
        bode(h,styles(5).type);
        legend('zero=10^6');
        display('Editar eixo y e salvar figura como -
sist1_z106_bode.jpg')

%-----
% Resposta no tempo ao degrau para  $H(s) = 1-as/(s+1)^2$  - Variando
localização do zero

load_system('sistema_fase_nao_minima_2polos')

clc
display('Resposta no tempo ao degrau para  $H(s) = (1-as)/(s+1)(s+1)$  ')

for i = 1:4

```

```

set_param('sistema_fase_nao_minima_2polos/alpha','Gain',num2str(0.001*
(10^(i))));
    save_system('sistema_fase_nao_minima_2polos');

    display(['-alpha = ' num2str(0.001*(10^(i))) ' (em '
styles(i).type ')]
    display([' zero = ' num2str(1/(0.001*(10^(i)))) ])

    sim('sistema_fase_nao_minima_2polos');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
    fig = plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end

title('Step Response')
legend('zero=100','zero=10','zero=1','zero=0.1');
saveas(fig,'sist2_time')

close_system('sistema_fase_nao_minima_2polos')

% em outra escala de tempo

load_system('sistema_fase_nao_minima_2polos')

clc
display('Resposta no tempo ao degrau para sistema 2 polos - Autoscale
- H(s) = 1-as/(s+1)^2')
for i = 1:4

set_param('sistema_fase_nao_minima_2polos/alpha','Gain',num2str(0.001*
(10^(i))));
    save_system('sistema_fase_nao_minima_2polos');
    display(['-alpha = ' num2str(0.001*(10^(i))) ' (em '
styles(i).type ')]
    display([' zero = ' num2str(1/(0.001*(10^(i)))) ])
    sim('sistema_fase_nao_minima_2polos');
    fig = plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end
title('Step Response')
legend('zero=100','zero=10','zero=1','zero=0.1',3);
saveas(fig,'sist2_time_autoscale')
close_system('sistema_fase_nao_minima_2polos')

%-----
% Resposta em frequencia ao degrau para H(s) = 1-as/(s+1)(s+3) -
Variando localizaçao do zero

clc
display('Resposta em frequencia ao degrau para H(s) = 1-as/(s+1)^2')

for i = 1:4
    alpha = (0.001*(10^(i)));
    display(['-alpha = ' num2str(alpha) ' (em ' styles(i).type ')]
    display([' zero = ' num2str(1/(alpha)) ])

```

```

h = tf([-alpha 1],[1 2 1]); % tf([-alpha 1],[1 4 3]);

bode(h,styles(i).type);
if (i == 1) || (i == 4), hold; end
pause
end
legend('zero=100','zero=10','zero=1','zero=0.1');
display('Editar eixo y e salvar figura como - sist2_bode.jpg')

%-----
% Resposta no tempo ao degrau para  $H(s) = 1-as/(1+s)(1+(s/N)) -$ 
Afastando o pólo

load_system('sistema_2polos_diferentes')

clc
display('Resposta no tempo ao degrau para  $H(s) = (1-$ 
 $as)/(1+s)(1+(s/N))$ ')
display('1 zero em  $s=1$ ; 1 pólo em  $s=-1$ , 1 pólo em  $s=-N$  ')

% Sistemas com 2 pólos
for i = 1:3
    if i==1,
        set_param('sistema_2polos_diferentes/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 2 1]');

set_param('sistema_2polos_diferentes/GanhoEstatico1','Gain',num2str(1)
);
end

        if i==2,
            set_param('sistema_2polos_diferentes/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 6 5]');

set_param('sistema_2polos_diferentes/GanhoEstatico1','Gain',num2str(5)
);
end

        if i==3,
            set_param('sistema_2polos_diferentes/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 11 10]');

set_param('sistema_2polos_diferentes/GanhoEstatico1','Gain',num2str(10)
));
end

save_system('sistema_2polos_diferentes');

sim('sistema_2polos_diferentes');
axis manual;
axis([0 20 -Inf 1.1]);
fig = plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
if (i == 1) || (i == 6), hold; end
pause
end

```

```

% Sobreposição de sistemas com 1 pólo
for i = 4

    set_param('sistema_2polos_diferentes/Transfer
Fcn1','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 1]');

set_param('sistema_2polos_diferentes/GanhoEstatico1','Gain',num2str(1)
);

    save_system('sistema_2polos_diferentes');

    sim('sistema_2polos_diferentes');
axis manual;
axis([0 20 -Inf 1.1]); % axis([xmin,xmax,ymin,ymax])
fig = plot(tout,Y1.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 6), hold; end
    pause
end

title('Step Response')
legend('polo1=-1, polo2=-1','polo1=-1, polo2=-5','polo1=-1, polo2=-
10','polo=-1');
saveas(fig,'sist_2polos_diferentes')

close_system('sistema_2polos_diferentes')

%-----
% Função de transferência  $H(s) = (1-as)^2/(s+1)(s+1)(s+3)$  - Variando
localização dos zeros

load_system('sistema_fase_nao_minima_3polos')

clc
display('Resposta ao degrau de  $H(s) = (1-as)^2/(s+3)(s+1)^2$ ')

for i = 1:4

set_param('sistema_fase_nao_minima_3polos/alpha','Gain',num2str(2/i));

set_param('sistema_fase_nao_minima_3polos/alpha1','Gain',num2str(2/i))
;
    save_system('sistema_fase_nao_minima_3polos');

    alpha = (2/i);

    display(['-alpha = ' num2str(alpha) ' zero = ' num2str(1/alpha) '
(em ' styles(i).type ')'])

    sim('sistema_fase_nao_minima_3polos');
axis manual;
axis([0 20 -Inf Inf]);
fig = plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end

    pause
end

legend('zero=0.5','zero=1','zero=1.5','zero=2');

```

```

saveas(fig,'sist3_time')
close_system('sistema_fase_nao_minima_3polos')

%-----
% Função de transferência  $H(s) = (1-as)^2/(s+1)(s+1)(s+3)$  - Variando
localização dos zeros

clc
display('Resposta em frequencia de  $H(s) = (1-as)^2/(s+1)(s+1)(s+3)$ ')

for i = 1:3

    alpha = (2/i);

    display(['-alpha = ' num2str(alpha) ' zero = ' num2str(1/alpha) '
(em ' styles(i).type ')]])

    h = tf([(alpha)^2 -(2*alpha) 1],[1 5 7 3]);
    H = 3*h;

    bode(H,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end
legend('zero=0.5','zero=1','zero=1.5','zero=2');
display('Editar eixo y e salvar figura como - sist3_bode.jpg')
hgsave('sist3_bode')

%-----
% Função de transferência  $H(s) = (1-as)^3/(s+1)^4$  - Variando
localização dos zeros

load_system('sistema_fase_nao_minima_4polos')

clc
display('Resposta ao degrau de  $H(s) = (1-as)^3/(s+1)^4$ ')

for i = 1:4

set_param('sistema_fase_nao_minima_4polos/alpha','Gain',num2str(4/i));

set_param('sistema_fase_nao_minima_4polos/alpha1','Gain',num2str(4/i))
;

set_param('sistema_fase_nao_minima_4polos/alpha2','Gain',num2str(4/i))
;

    save_system('sistema_fase_nao_minima_4polos');

    display(['-alpha = ' num2str(4/i) ' (em ' styles(i).type ')]])

    sim('sistema_fase_nao_minima_4polos');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end

```

```

title('Step Response')
legend('zero=0.25','zero=0.5','zero=0.75','zero=1');

close_system('sistema_fase_nao_minima_4polos')

%-----
% Função de transferência  $H(s) = (1-as)^3/(s+1)^4$  - Variando
localização dos zeros

clc
display('Resposta em frequencia de  $H(s) = (1-as)^3/(s+1)^4$ ')

for i = 1:4

    alpha = (4/i);
    display(['-alpha = ' num2str(alpha) ' (em ' styles(i).type ')'])

    h = tf([-((alpha)^3) 3*((alpha)^2) -(3*alpha) 1],[1 3 6 4 1]);
    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end
legend('zero=0.25','zero=0.5','zero=0.75','zero=1');
display('Editar eixo y e salvar figura como - sist4_bode.jpg')

%-----
% Influência do zero

clc
display('Resposta ao degrau de  $H(s) = (1-as)^2/(s+3)(s+1)^2$ ')
display('Pólos fixos e zeros variando')

for i = 1:3
    alpha = (0.001*(10^(i)));

    display(['-alpha = ' num2str(alpha) ' zero = ' num2str(1/alpha) '
(em ' styles(i).type ')'])

    h = tf([((alpha)^2) -(2*alpha) 1],[1 5 7 3]);
    H=3*h;

    axis manual;
    axis([-1 20 -Inf Inf]);
    step(H,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end

    pause

end

legend('zero=100','zero=10','zero=1');

% Influencia do zero dominante

clc
display('Influência do zero dominante')

```



```

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(3));

for i = 1:4
    %% 2 zeros
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[1 -10.1 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end
    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[1 -2 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end

    %% 1 zero
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-10 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end
    if i==4, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end

    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end
legend('z1=0.1 z2=10','z1=1 z2=1','z=0.1','z=1',4);
close_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

%-----
% comparação sistemas 1, 2 e 3 zeros

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

for i = 1:3
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 4 3]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(3));
    end
    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[1 -2 1]','Denominator','[1 5 7 3]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(3));
    end
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 3 -3 1]','Denominator','[1 8 22 24 9]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(9));
    end
    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);

```

```

        if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('1 zero','2 zeros','3 zeros');
close_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

% Bode
for i = 1:3
    if i==1, h = tf([-1 1],[1 4 3]);
        H = 3*h;
    end
    if i==2, h = tf([1 -2 1],[1 5 7 3]);
        H = 3*h;
    end
    if i==3, h = tf([-1 3 -3 1],[1 8 22 24 9]);
        H = 9*h;
    end

    bode(H,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('1 zero','2 zeros','3 zeros');

% Influência do pólo - Comparação de sistemas com 1 zero

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

for i = 1:3
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 2 1]');

    set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 3 3 1]');

    set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 4 6 4 1]');

    set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('2 polos','3 polos','4polos');

%-----
% Resposta no tempo ao degrau para sistema de 2a ordem com zeros em
diferentes posições

```

```

clc
display('Zeros em diferentes posições')

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num2str(3));

for i = 1:3

    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/TransferFcn','Numerator','[1 -100.01 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end

    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/TransferFcn','Numerator','[1 -10.1 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end

    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/TransferFcn','Numerator','[1 -2 1]','Denominator','[1 5 7 3]');
    end

    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 5]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('z1=0.01 z2=100','z1=0.1 z2=10','z1=1 z2=1',4)
close_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

pause

% Bode
display('Zeros em diferentes posições - Diagrama de Bode')

for i = 1:3
    zero1 = 0.001*(10^(i));
    zero2 = 1000*(10^(-i));
    soma = zero1 + zero2;
    produto = zero1 * zero2;
    h = tf([1 -(soma) (produto)],[1 3 3 1]);
    display([' zero1 = ' num2str(zero1) '/ zero2 = ' num2str(zero2) '
(em ' styles(i).type ') ' ])
    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('z1=0.01 z2=100','z1=0.1 z2=10','z1=1 z2=1')

%-----
% Resposta no tempo ao degrau para sistema de 2a ordem com pólos em diferentes posições

clc
display('Polos em diferentes posições')

```

```

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));

for i = 1:5

    % Dois pólos
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 2 1]');
    end

    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 10.1 1]');
    end

    % Um pólo
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 1]');
    end

    if i==4
        set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 0.1]');
    end

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(0.1));
    end

    if i==5
        set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 10]');
    end

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(10));
    end

    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 5), hold; end
    pause
end
legend('p1=-1 p2=-1','p1=-10 p2=-0.1','p1=-1','p1=-0.1')
close_system('sistema_fase_nao_minima_generico')
pause

% Bode
display('Polos em diferentes posições - Diagrama de Bode')
for i = 1:2
    polo1 = -0.1*(10^(i));
    polo2 = -10*(10^(-i));
    soma = polo1 + polo2;
    produto = polo1 * polo2;
    h = tf([-1 1],[1 -(soma) (produto)])
    display([' polo1 = ' num2str(polo1) '/ polo2 = ' num2str(polo2) '
(em ' styles(i).type ' ) ] )
end

```

```

    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 5), hold; end
    pause
end

for i = 3:4
    polo1 = 0.01*(10^(i-2));
    h = tf([-1 1],[1 polo1])
    display([' polo1 = ' num2str(polo1) ' (em ' styles(i).type ') ' ])
    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 5), hold; end
    pause
end
legend('p1=-1 p2=-1','p1=-10 p2=-0.1','p1=-0.1','p1=-1')

%-----
% Relação entre zero e pólo

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

for i = 1:4
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1/7 1]','Denominator','[1 2 1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    H = tf([-1/7 1],[1 2 1]);
    end
    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 14 49]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(49));
    H = tf([-1 1],[1 14 49]);
    end
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1/4 1]','Denominator','[1 8 16]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(16));
    H = tf([-1/4 1],[1 8 16]);
    end
    if i==4, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1/3 1]','Denominator','[1 10 25]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(25));
    H = tf([-1/3 1],[1 10 25]);
    end

    H
    bode(H,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 6), hold; end
    pause
end
legend('p=-1 p=-1 z=7','p=-7 p=-7 z=1','p=-4 p=-4 z=4','p=-5 p=-5
z=3');

```

```

%-----
% Resposta no tempo ao degrau para  $H(s) = 1-s/(ts+1)$ , com pólo variando
e zero em  $s=1$ 

load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

for i = 1:3
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 0.01]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(0.01));
    end
    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 0.1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(0.1));
    end
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('pólo=-0.01','pólo=-0.1','pólo=-1');

% Sobreposição das respostas no tempo para 1 polo variando e 1 zero
variando
display('Resposta no tempo ao degrau para graficos sobrepostos')
load_system('sistema_fase_nao_minima_generico')

for i = 1:6
    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 10]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(10));
    end
    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 0.1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(0.1));
    end
    if i==4, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-0.1 1]','Denominator','[1 1]');

```

```

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    if i==5, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    if i==6, set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/Transfer
Fcn','Numerator','[-10 1]','Denominator','[1 1]');

set_param('sistema_fase_nao_minima_generico/GanhoEstatico1','Gain',num
2str(1));
    end
    save_system('sistema_fase_nao_minima_generico');
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    sim('sistema_fase_nao_minima_generico');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 6), hold; end
    pause
end
legend('pólo=-10','pólo=-1','pólo=-
0.1','zero=10','zero=1','zero=0.1');

% Sobreposição das respostas em frequência para 1 polo variando e 1
zero variando
for i = 1:3
    tau = 0.01*(10^(i))
    h = tf([-1 1],[tau 1]);
    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 6), hold; end
    pause
end
pause
for i = 4:6
    alpha = 0.01*(10^(i-3))
    h = tf([-alpha 1],[1 1]);
    bode(h,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 6), hold; end
    pause
end
legend('polo=-10','polo=-1','polo=-
0.1','zero=10','zero=1','zero=0.1');

%-----
%-----
% ANÁLISE SISTEMAS TEMPO MORTO
%-----
%-----
% Resposta no tempo e na frequência
% Atraso = 1
s = tf('s');
G = exp(-1*s) * 1/(s+1);
G

% Resposta no tempo
figure;
step(G);
pause

```

```

% Resposta em frequencia
figure;
bode(G);

%-----
% Aproximação por Série de Taylor

G = tf([1],[1/2 3/2 2 1]);
G
figure;
step(G);
pause
figure;
bode(G);

%-----
% Aproximação por Padé

% Aproximação de Padé de 1a ordem
G = tf([-1/2 1],[1/2 3/2 1]);
G
figure;
step(G);
pause
figure;
bode(G);

% Aproximação de Padé de 2a ordem
s = tf('s');
sys = exp(-1*s) * 1/(s+1);
sysx = pade(sys,2)

figure;
step(sysx);
figure;
bode(sysx);

% Aproximação de Padé de 3a ordem
s = tf('s');
sys = exp(-1*s) * 1/(s+1);
sysx = pade(sys,3)

figure;
step(sysx);
figure;
bode(sysx);

%-----
%-----
% CONTROLE
%-----
% ESTABILIDADE EM SISTEMAS COM ATRASO
%-----
% Controle Proporcional para sistema com tempo morto - Ganho crítico

load_system('Sistema_atraso_controleP')

```



```

clc
display('Sistema com atraso - Controle Proporcional')

for i = 1:3
    Kp=i; %0.2*i;
    set_param('Sistema_atraso_controleP/Ganho','Gain',num2str(Kp));
    save_system('Sistema_atraso_controleP');
    display([' Ganho proporcional = ' num2str(Kp) ' (em '
styles(i).type ')]])
    sim('Sistema_atraso_controleP');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('K=1','K=2','K=3')

close_system('Sistema_atraso_controleP')

%-----
%% Diagrama de Nyquist

% Atraso = 3*pi/4
s = tf('s');
S = exp(-3*pi/4*s) * 1/(s+1);
S
figure;
step(S);
pause
figure;
nyquist(S);

%-----
% Preditor de Smith em sistema com tempo morto

load_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

clc
display('Sistema com atraso - Preditor de Smith')

for i = 1:3
    K=10*i;

set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/ganho','Gain',num2str(K));

    save_system('Sistema_atraso_smith_predictor');

    display([' Ganho = ' num2str(K) ' (em ' styles(i).type ')]])
    sim('Sistema_atraso_smith_predictor');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('K=10','K=20','K=30')

```

```

close_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

%-----
% Preditor de Smith em sistema com tempo morto - Má estimativa do
tempo morto

load_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

clc
display('Sistema com atraso - Preditor de Smith')

for i = 1:3
    K=5;
    display([' Ganho = ' num2str(K)])
    atraso = 0.5+(0.25*i);

set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/ganho', 'Gain', num2str(K));
set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transport
Delay1', 'DelayTime', num2str(atraso));

    save_system('Sistema_atraso_smith_predictor');

    display([' Atraso = ' num2str(atraso) ' (em ' styles(i).type ')'])
    sim('Sistema_atraso_smith_predictor');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
    plot(tout, Y.signals.values, styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('Atraso=0.75', 'Atraso=1.00', 'Atraso=1.25')
title('Preditor com ganho K=5')
close_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

%-----
% Gráfico para simulações de ganho crítico X atraso estimado

X=[0.60,0.70,0.80,0.90,1.00,1.10,1.15,1.20,1.25,1.30,1.35,1.40,1.45,1.
50];

Y=[5.40,5.50,8.50,15.0,inf,15.00,10.5,8.00,6.50,5.50,5.20,5.20,4.80,4.
00];

    plot(X,Y);

%-----
% Preditor de Smith em sistema com tempo morto - Variando o ganho

load_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

clc
display('Sistema com atraso - Preditor de Smith')

atraso=1;
for i = 1:4
    K = 0.1*(10^(i));

set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/ganho', 'Gain', num2str(K));

```

```

set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transport
Delay1','DelayTime',num2str(atraso));

save_system('Sistema_atraso_smith_predictor');

display([' Ganho = ' num2str(K) ' (em ' styles(i).type ')'])
sim('Sistema_atraso_smith_predictor');
axis manual;
axis([0 20 -Inf 1.1]); % axis([xmin,xmax,ymin,ymax])
plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
if (i == 1) || (i == 4), hold; end

pause
end
legend('Kp=1','Kp=10','Kp=100','Kp=1000')

close_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

%-----
% Preditor de Smith em sistema com tempo morto - Má estimativa da
planta

load_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

clc
display('Sistema com atraso - Preditor de Smith')
display([' Ganho = ' num2str(10)])

K=10;
atraso=1;
set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/ganho','Gain',num2str(K));
set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transport
Delay1','DelayTime',num2str(atraso));
set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fcn','Numerator','[1 2]','Denominator','[1 0]');
h = tf([1 1],[1 0]);
display([' Planta ' ])
h

for i = 1:3

    if i==1
        set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fcn1','Numerator','[1 1]','Denominator','[1 0]');
        set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fcn2','Numerator','[1 1]','Denominator','[1 0]');
        end

    if i==2
        set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fcn1','Numerator','[1 2]','Denominator','[1 0]');
        set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fcn2','Numerator','[1 2]','Denominator','[1 0]');
        end

    if i==3
        set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fcn1','Numerator','[1 0.5]','Denominator','[1 0]');

```

```

set_param('Sistema_atraso_smith_predictor/Transfer
Fc2n2','Numerator','[1 0.5]','Denominator','[1 0]');
end

save_system('Sistema_atraso_smith_predictor');
sim('Sistema_atraso_smith_predictor');

axis manual;
axis([0 20 -Inf Inf]);
plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
if (i == 1) || (i == 4), hold; end

pause
end
legend('planta ideal: z=-1','planta estimada: z=-2','planta estimada:
z=-0.5')
close_system('Sistema_atraso_smith_predictor')

%-----
% ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE FASE NÃO-MÍNIMA
%-----
% Root Locus

display(['Root Locus'])
alpha = 1;
h = tf([-alpha 1],[1 4 3]);
figure; rlocus(h);

%-----
% Controle proporcional em sistema de fase não minima

load_system('sistema_fase_nao_minima_PID')

clc
display('Controle Proporcional')

Kp = 4;
display([' Ganho proporcional = ' num2str(Kp) ' (em '
styles(1).type ')'])
set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/ganho','Gain',num2str(Kp));
set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/ganho
integrador','Gain',num2str(0));
set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/ganho
derivativo','Gain',num2str(0));
save_system('sistema_fase_nao_minima_PID');

sim('sistema_fase_nao_minima_PID');
plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
axis manual;
axis([0 20 -Inf Inf]);

legend('k=4')

close_system('sistema_fase_nao_minima_PID')

%-----
% Preditor de Smith ideal - Modelo idêntico à planta

```

```

load_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor')

clc
display('Preditor de Smith')

set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor', 'Numerator', '[-1 1]', 'Denominator', '[1 4 3]');
set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo sem zero no
SPD', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[1 4 3]');

for i = 1:3
    K=10*i;

set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/ganho', 'Gain', num2s
tr(K));
    save_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor');
    display([' Ganho = ' num2str(K) ' (em ' styles(i).type ')'])
    sim('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    plot(tout, Y.signals.values, styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('K=10', 'K=20', 'K=30')

close_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor')

%-----
% Preditor de Smith - Estimando pólos

load_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor')

clc
display('Preditor de Smith')

for i = 1:3
    K=10;

set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/ganho', 'Gain', num2s
tr(K));
    if i==1
        set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor', 'Numerator', '[-1 1]', 'Denominator', '[1 4 3]');
        set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo sem
zero no SPD', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[1 4 3]');
        end

        if i==2
            set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor', 'Numerator', '[-1 1]', 'Denominator', '[1 6 5]');
            set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo sem
zero no SPD', 'Numerator', '[1]', 'Denominator', '[1 6 5]');
            end

            if i==3
                set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor', 'Numerator', '[-1 1]', 'Denominator', '[1 2 1]');

```

```

        set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo sem
zero no SPD','Numerator','[1]','Denominator','[1 2 1]');
    end
    save_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor');

    sim('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor');
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('pólos do sistema: p=-1, p=-3','pólos estimados: p=-1, p=-
5','pólos estimados: p=-1, p=-1')

close_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor')

%-----
% Preditor de Smith - Estimando o "zero de fase não-mínima"

load_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor')

clc
display('Preditor de Smith')
set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo sem zero no
SPD','Numerator','[1]','Denominator','[1 4 3]');

for i = 1:3
    K=10;

    set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/ganho','Gain',num2s
tr(K));
    if i==1
        set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 4 3]');

        if i==2
            set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor','Numerator','[-0.8 1]','Denominator','[1 4 3]');
        end

        if i==3
            set_param('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1.2 1]','Denominator','[1 4 3]');
        end
        save_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor');

        sim('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor');
        axis manual;
        axis([0 20 -Inf 1]);
        plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
        if (i == 1) || (i == 3), hold; end
        pause
    end
    legend('zero=1','zero=1.25','zero=0.83')

close_system('sistema_fase_nao_minima_smith_predictor')

```

```

%-----
%-----
% RESPOSTA TRANSITORIA EM SISTEMAS COM TEMPO MORTO
%-----
%-----
% Controle PI pelo método Ziegler-Nichols em sistema com tempo morto

load_system('Sistema_atraso_controlePID')

clc
display('Sistema com atraso - Controle PI usando método Ziegler-
Nichols')

atraso = 1;

    Kp = 1.23;
    Ki = 0.26;
    Td = 0;
    set_param('Sistema_atraso_controlePID/Kp','Gain',num2str(Kp));
    set_param('Sistema_atraso_controlePID/Ki','Gain',num2str(Ki));
    set_param('Sistema_atraso_controlePID/Td','Gain',num2str(Td));

set_param('Sistema_atraso_controlePID/Atraso','DelayTime',num2str(atra
so));

    save_system('Sistema_atraso_controlePID');

    display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(1).type ')]')
    display([' Ganho Integral= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(1).type
')'])
    sim('Sistema_atraso_controlePID');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    pause

legend('Kp=1.23, 1/Ti=0.26')

close_system('Sistema_atraso_controlePID')

%-----
%-----
% Controle PID pelo método Ziegler-Nichols em sistema com tempo morto

load_system('Sistema_atraso_controlePID')

clc
display('Sistema com atraso - Controle PID usando método Ziegler-
Nichols')

atraso = 1;

    Kp = 1.59;
    Ki = 0.43;
    Td = 0.58;
    set_param('Sistema_atraso_controlePID/Kp','Gain',num2str(Kp));
    set_param('Sistema_atraso_controlePID/Ki','Gain',num2str(Ki));
    set_param('Sistema_atraso_controlePID/Td','Gain',num2str(Td));

```

```

set_param('Sistema_atraso_controlePID/Atraso','DelayTime',num2str(atraso));

save_system('Sistema_atraso_controlePID');

display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(1).type ')]')
display([' Ganho Integral= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(1).type
')]')
display([' Ganho Derivativo= ' num2str(Td) ' (em ' styles(1).type
')]')
sim('Sistema_atraso_controlePID');
plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
axis manual;
axis([0 20 -Inf 1.4]);
pause

legend('Kp=1.59, 1/Ti=0.43, Td=0.58')

close_system('Sistema_atraso_controlePID')

%-----
% Comparação entre controles P, PI e PID ajustados pelo método
Ziegler-Nichols em sistema com tempo morto

load_system('Sistema_atraso_controlePID')

clc
display('Sistema com atraso - Controle PID usando método Ziegler-
Nichols')

atraso = 1;
set_param('Sistema_atraso_controlePID/Atraso','DelayTime',num2str(atraso));

for i=1:3

    if i==1,
        Kp = 1.35;
        Ki = 0;
        Td = 0;
    end

    if i==2,
        Kp = 1.23;
        Ki = 0.26;
        Td = 0;
    end

    if i==3,
        Kp = 1.59;
        Ki = 0.43;
        Td = 0.58;
    end

set_param('Sistema_atraso_controlePID/Kp','Gain',num2str(Kp));
set_param('Sistema_atraso_controlePID/Ki','Gain',num2str(Ki));
set_param('Sistema_atraso_controlePID/Td','Gain',num2str(Td));

```



```

save_system('Sistema_atraso_controlePID');

display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(i).type ')]')
display([' Ganho Integral= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(i).type
')]')
display([' Ganho Derivativo= ' num2str(Td) ' (em ' styles(i).type
')]')
sim('Sistema_atraso_controlePID');
plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
axis manual;
axis([0 20 -Inf 1.4]);
if (i == 1) || (i == 3), hold; end
pause
end
legend('Kp=1.35; ', 'Kp=1.23, 1/Ti=0.26', 'Kp=1.59, 1/Ti=0.43, Td=0.58')

close_system('Sistema_atraso_controlePID')

%-----
% Controle PI de sistema com tempo morto aproximado por Pade

load_system('Sistema_atraso_controlePID')

clc
display('Sistema com atraso, aproximando por Pade - Controle PI ')

atraso = 1;
Kp = 0.16;
Ki = 1;
Td = 0;
set_param('Sistema_atraso_controlePID/Kp', 'Gain', num2str(Kp));
set_param('Sistema_atraso_controlePID/Ki', 'Gain', num2str(Ki));
set_param('Sistema_atraso_controlePID/Td', 'Gain', num2str(Td));

set_param('Sistema_atraso_controlePID/Atraso', 'DelayTime', num2str(atraso));

save_system('Sistema_atraso_controlePID');

display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(1).type ')]')
display([' Ganho Integral= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(1).type
')]')
display([' Ganho Derivativo= ' num2str(Td) ' (em ' styles(1).type
')]')
sim('Sistema_atraso_controlePID');
plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
axis manual;
axis([0 30 -Inf 1.1]);
pause

legend('Kp=0.16, 1/Ti=1')

close_system('Sistema_atraso_controlePID')

%-----
% Controle PI com Preditor de Smith em sistema com tempo morto

```

```

load_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor')

clc
display('Sistema com atraso - Controle PI com Preditor de Smith')

atraso = 1;
i=1;

    Kp = 0.25;
    Ki = 1;

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Kp','Gain',num2str(Kp));

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Ki','Gain',num2str(Ki));
    set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Atraso
estimado','DelayTime',num2str(atraso));

    save_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor');

    display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(i).type ')]')
    display([' Ganho Integral= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(i).type
')]')
    sim('Sistema_atraso_controlePI_Preditor');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.1]);
    if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause

legend('Kp=0.25, 1/Ti=1')

close_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor')

%-----
% Preditor de Smith em sistema com tempo morto - estimando tempo morto

load_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor')

clc
display('Sistema com atraso - Estimando atraso')

for i = 1:3
    if i==1, atraso = 0.1; end
    if i==2, atraso = 1; end
    if i==3, atraso = 5; end

    Kp = 0.25;

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Kp','Gain',num2str(Kp));
    set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Atraso
estimado','DelayTime',num2str(atraso));

    save_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor');

    display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(i).type ')]')

```

```

        sim('Sistema_atraso_controlePI_Preditor');
        plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
        axis manual;
        axis([0 50 -Inf 1.1]);
        if (i == 1) || (i == 4), hold; end
        pause
    end
    legend('atraso=0.1','atraso=1','atraso=5')

close_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor')

%-----
% Preditor de Smith em sistema com tempo morto - estimando pólos

load_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor')

clc
display('Sistema com atraso - Estimando planta')

for i = 1:3
    if i==1,

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Modelo','Numerator','[1
','Denominator','[1 2 1]');
        set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Modelo
','Numerator','[1]','Denominator','[1 2 1]');
        end

        if i==2,

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Modelo','Numerator','[1]
','Denominator','[1 1.5 0.5]');
        set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Modelo
','Numerator','[1]','Denominator','[1 1.5 0.5]');
        end

        if i==3,

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Modelo','Numerator','[1]
','Denominator','[1 3 2]');
        set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Modelo
','Numerator','[1]','Denominator','[1 3 2]');
        end

        Kp = 0.25;

set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Kp','Gain',num2str(Kp));
        set_param('Sistema_atraso_controlePI_Preditor/Atraso
estimado','DelayTime',num2str(1));

        save_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor');

        display([' Ganho Proporcional= ' num2str(Kp) ' (em '
styles(i).type ')]')
        sim('Sistema_atraso_controlePI_Preditor');
        plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
        axis manual;
        axis([0 50 -Inf 1.1]);

```

```

        if (i == 1) || (i == 4), hold; end
    pause
end
legend('p=-1, p=-1', 'p=-1, p=-0.5', 'p=-1, p=-2')

close_system('Sistema_atraso_controlePI_Preditor')

%-----
%-----
% RESPOSTA TRANSITORIA EM SISTEMAS DE FASE NÃO-MÍNIMA
%-----
%-----
% Controle PI - método de Ziegler-Nichols

load_system('sistema_fase_nao_minima_PID')

clc
display('Controle PI')

    Kp = 1.82;
    Ki = 0.5;
    display([' Ganho proporcional = ' num2str(Kp) ', Ganho integrador
= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(i).type ')'])

    set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/Kp', 'Gain', num2str(Kp));
    set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/Ki', 'Gain', num2str(Ki));
    set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/Td', 'Gain', num2str(0));

    save_system('sistema_fase_nao_minima_PID');
    sim('sistema_fase_nao_minima_PID');
    plot(tout, Y.signals.values, styles(1).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.1]);
    pause
legend('Kp=1.82, 1/Ti=0.5')
close_system('sistema_fase_nao_minima_PID')

%-----
% Cálculo do Controle PI

load_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI')

clc
display('Controle PI')

    Kp = 1;
    Ki = 1;

set_param('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI/Kp', 'Gain', num2str(Kp));

set_param('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI/Ki', 'Gain', num2str(Ki));

    save_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI');
    sim('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI');
    plot(tout, Y.signals.values, styles(1).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.1]);
    pause
legend('Kp=1, 1/Ti=1')

```

```

close_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI')

%-----
% Controle PI - Variando ganho proporcional (Kp)

load_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI')

clc
display('Controle PI')

    Ki = 1;

set_param('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI/Ki', 'Gain', num2str(Ki));

for i=1:3

    Kp = i;

set_param('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI/Kp', 'Gain', num2str(Kp));
    save_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI');
    sim('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI');
    plot(tout, Y.signals.values, styles(i).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('Kp=1', 'Kp=2', 'Kp=3')
close_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI')

%-----
% Controle PI - Variando ganho do integrador (Ki)

load_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI')

clc
display('Controle PI')

    Kp = 1;

set_param('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI/Kp', 'Gain', num2str(Kp));

for i=1:3

    Ki = 0.5*i;

set_param('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI/Ki', 'Gain', num2str(Ki));
    save_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI');
    sim('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI');
    plot(tout, Y.signals.values, styles(i).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.3]);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end
legend('1/Ti=0.5', '1/Ti=1', '1/Ti=1.5')
close_system('sistema_fase_nao_minima_calculo_PI')

```

```

%-----
% Controle PID

load_system('sistema_fase_nao_minima_PID')

clc
display('Controle PID')

    Kp = 2.35;
    Ki = 0.83;
    Td=0.3;
    display([' Ganho proporcional = ' num2str(Kp) ', Ganho integrador
= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(i).type ')'])

    set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/Kp','Gain',num2str(Kp));
    set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/Ki','Gain',num2str(Ki));
    set_param('sistema_fase_nao_minima_PID/Td','Gain',num2str(Td));

    save_system('sistema_fase_nao_minima_PID');
    sim('sistema_fase_nao_minima_PID');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.2]);
    pause
legend('Kp=2.35, 1/Ti=0.83, Td=0.3')
close_system('sistema_fase_nao_minima_PID')

%-----
% Controle PI com Preditor de Smith

load_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

clc
display('Controle PI com Preditor de Smith')

    Kp= 2.25;
    Ki = 1;

set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Kp','Gain',num2str(Kp))
;

set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Ki','Gain',num2str(Ki))
;

    save_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
    sim('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.1]);
    pause
legend('Kp=2.25, 1/Ti=1')
close_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

%-----
% Preditor de Smith - Estimativa do zero de fase não-mínima

load_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

clc

```

```

display('Controle Preditor - Estimando zero de fase não-mínima')

Kp = 2.25;

set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Kp','Gain',num2str(Kp))
;

for i=1:3

    if i==1, set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 4 3]'); end

    if i==2, set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo
Preditor','Numerator','[-10 1]','Denominator','[1 4 3]'); end

    if i==3, set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1/10 1]','Denominator','[1 4 3]'); end

    save_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
    sim('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf 1.6]);
    if (i == 1) || (i == 3), hold; end
    pause
end

legend('zero=1','zero=0.1','zero=10')
close_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

%-----
% Preditor de Smith - Estimativa dos pólos do sistema

load_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')
clc
display('Controle Preditor - Estimando zero de fase não-mínima')

Kp = 2.25;

set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Kp','Gain',num2str(Kp))
;

for i=1:3

    if i==1,
        set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 4 3]');
        set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo sem
zero no SPD','Numerator','[1]','Denominator','[1 4 3]');

    end

    if i==2,
        set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 1.5 0.5]');
        set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo sem
zero no SPD','Numerator','[1]','Denominator','[1 1.5 0.5]');
    end
end

```

```

        if i==3,
            set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo
Preditor','Numerator','[-1 1]','Denominator','[1 11 10]');
            set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Modelo sem
zero no SPD','Numerator','[1]','Denominator','[1 11 10]');
            end

            save_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
            sim('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
            plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
            axis manual;
            axis([0 20 -Inf 1.4]);
            if (i == 1) || (i == 3), hold; end
            pause
        end
end

```

```

legend('p=1, p=3','p=1, p=0.5','p=1, p=10')
close_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

```

```

%-----
% Filtro em série com a entrada

```

```

load_system('sistema_fase_nao_minima_Filtro')

```

```

clc
display('Controle PI e Filtro na entrada')

```

```

Kp = 1.82;
Ki = 0.5;
display([' Ganho proporcional = ' num2str(Kp) ', Ganho integrador
= ' num2str(Ki) ' (em ' styles(i).type ')'])

```

```

set_param('sistema_fase_nao_minima_Filtro/Kp','Gain',num2str(Kp));
set_param('sistema_fase_nao_minima_Filtro/Ki','Gain',num2str(Ki));
set_param('sistema_fase_nao_minima_Filtro/Kd','Gain',num2str(0));

```

```

save_system('sistema_fase_nao_minima_Filtro');
sim('sistema_fase_nao_minima_Filtro');
plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);
axis manual;
axis([0 20 -Inf Inf]);
pause
legend('Kp=1.82, 1/Ti=0.5')
close_system('sistema_fase_nao_minima_Filtro')

```

```

%-----
% Controle inicial negativo

```

```

load_system('sistema_fase_nao_minima_Negativo')

```

```

clc
display('Controle Negativo')

```

```

save_system('sistema_fase_nao_minima_Negativo');
sim('sistema_fase_nao_minima_Negativo');

```

```

subplot(2,1,1),plot(tout,Y.signals.values,styles(1).type);

```



```

hold;
axis manual;
axis([0 20 -Inf 1.2]);

subplot(2,1,2),plot(tout,V.signals.values,styles(1).type);
hold;
axis([0 20 -Inf Inf]);

close_system('sistema_fase_nao_minima_controleNegativo')

%-----
% Controle PI com Preditor de Smith

load_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

clc
display('Controle PI com Preditor de Smith')

for i=1:2
    if i==1,Kp= 0.5; end
    if i==2,Kp= 2; end

    Ki = 1;

set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Kp','Gain',num2str(Kp))
;

set_param('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor/Ki','Gain',num2str(Ki))
;

    save_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
    sim('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor');
    plot(tout,Y.signals.values,styles(i).type);
    axis manual;
    axis([0 20 -Inf Inf]);
        if (i == 1) || (i == 2), hold; end
    pause
end
legend('Kp=0.5','Kp=2')
close_system('sistema_fase_nao_minima_PI_preditor')

%-----
% GPV - PI com Ganho Proporcional Variável com preditor de Smith

load_system('sistema_fase_nao_minima_GPV_preditor')

save_system('sistema_fase_nao_minima_GPV_preditor');
sim('sistema_fase_nao_minima_GPV_preditor');
display('PI com 1/Ti=1 e Ganho Proporcional Variável - e>0.6,
ganho=0.5 / e<0.6, ganho=2')

subplot(3,1,1),plot(tout,E.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Erro')
pause

subplot(3,1,2),plot(tout,V.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Controle')

```

```

pause

subplot(3,1,3),plot(tout,Y.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Saída')

close_system('sistema_fase_nao_minima_GPV_preditor')

%-----
% GPV - Ganho Proporcional Variável com Função do erro, com preditor
de Smith

load_system('sistema_fase_nao_minima_GPV_funcao_preditor')
save_system('sistema_fase_nao_minima_GPV_funcao_preditor');
sim('sistema_fase_nao_minima_GPV_funcao_preditor');

% Função:  $(3 / (1+|e|)) - 1$ 
display('PI com 1/Ti=1 e Ganho Proporcional Variável - Ganho =  $(3 / (1+|e|)) - 1$ ')
figure;
subplot(3,1,1),plot(tout,E.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Erro')
pause

subplot(3,1,2),plot(tout,V.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Controle')
pause

subplot(3,1,3),plot(tout,Y.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Saída')
pause

% Função da reta:  $2 - (1.5 * e)$ 
display('PI com 1/Ti=1 e Ganho Proporcional Variável - Ganho =  $2 - (1.5 * e)$ ')
figure;
subplot(3,1,1),plot(tout,E1.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Erro')
pause

subplot(3,1,2),plot(tout,V1.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Controle')
pause

subplot(3,1,3),plot(tout,Y1.signals.values);
axis([0 20 -Inf Inf]);
title('Saída')

close_system('sistema_fase_nao_minima_GPV_funcao_preditor')

%-----

```