



UMA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO CONCRETO DE ALTA
RESISTÊNCIA NA FLEXÃO COMPOSTA COM BASE NA NBR 6118:2014

Raphael Moretti Barbosa Cerutti

Projeto de Graduação apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Escola
Politécnica, Universidade Federal do Rio de
Janeiro, como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Engenheiro.

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro

Março de 2014

UMA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO CONCRETO DE ALTA
RESISTÊNCIA NA FLEXÃO COMPOSTA COM BASE NA NBR 6118:2014

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO
CIVIL.

Examinado por:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc., EP/UFRJ

Prof. Henrique Innecco Longo, D. Sc., EP/UFRJ

Profa. Flavia Moll de Souza Judice, D.Sc., EP/UFRJ

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2014

Cerutti, Raphael Moretti Barbosa

Uma análise do comportamento do concreto de alta resistência na flexão composta com base na NBR 6118:2014/Raphael Moretti Barbosa Cerutti – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2014.

XII, 85 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Sérgio Hampshire de Carvalho. Santos, D.Sc

Projeto de Graduação – UFRJ / Escola Politécnica /Curso de Engenharia Civil, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 85

1. Concretos de alta resistência 2. NBR 6118:2014 3.Ábacos e gráficos de interação de flexão composta.

I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho.
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Civil.
III. Uma análise do comportamento do concreto de alta resistência na flexão composta com base na NBR 6118:2014

AGRADECIMENTOS

À Minha mãe, por ter sempre apoiado, investido e insistido na minha educação, mesmo com as diversas dificuldades impostas pela vida e por ter me orientado de que esse era um caminho honesto e digno para conquistar um futuro melhor. Obrigado, também, por conseguir aturar com paciência a minha falta de paciência.

À minha avó, por ser um exemplo de perseverança, otimismo, fé e me ensinar a acreditar que eu sou capaz de atingir tudo o que almejo. Sem sua ajuda, nunca chegaria onde estou, sem dúvida você é a pessoa que mais admiro na minha vida.

À Mariana Talita, por sua alegria contagiante que me inspira, cujo sorriso é a saída para todos os meus problemas e preocupações. Obrigado por, durante esses cinco anos, ser minha companheira e dividir comigo todos os momentos bons e ruins.

À Minha irmã, por compartilhar comigo os momentos da vida há 22 anos.

Ao meu orientador, Sérgio Hampshire, pela notável orientação, pelo entusiasmo quanto ao tema e quanto ao trabalho realizado. O que me motivou do início ao fim.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

UMA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DO CONCRETO DE ALTA RESISTÊNCIA NA FLEXÃO COMPOSTA COM BASE NA NBR 6118:2014

Raphael Moretti Barbosa Cerutti

Março/2014

Orientador: Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Curso: Engenharia Civil

Para atender a uma arquitetura que prevê o uso de elementos estruturais cada vez mais esbeltos e edifícios cada vez mais altos, a Associação Brasileira de Normas Técnicas propôs a revisão da NBR 6118, a qual passará a considerar as particularidades do comportamento dos concretos de alta resistência. O presente trabalho visa, primeiramente, analisar a simplificação do diagrama tensão-deformação do concreto proposta na revisão da NBR 6118:2014 para concretos com resistência superior a 50 MPa. Em seguida, um método específico para tratar as particularidades do domínio 5 é proposto. Ao comparar os resultados obtidos com os do diagrama real, pode-se concluir que o método proposto é válido para esses casos.

Palavras-chave: NBR 6118:2014, concretos de alta resistência, flexão-composta.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Civil Engineer.

AN ANALYSIS OF THE BEHAVIOR OF THE HIGH STRENGTH CONCRETE
UNDER ECCENTRIC COMPRESSION BASED ON NBR 6118:2014

Raphael Moretti Barbosa Cerutti

March/2014

Advisor: Sérgio Hampshire de Carvalho Santos

Course: Civil Engineering

To meet the demands of an architecture that requires the use of increasingly slender structural elements and buildings increasingly taller, the Brazilian Association of Technical Standards proposed the revision of NBR 6118, which will consider the peculiarities of the behavior of high strength concrete. The present work aims to analyze the simplification of the stress-strain concrete diagrams proposed in the revision of NBR 6118:2014) for concrete with strength superior to 50 MPa. Then, a specific method for considering the particularities of the domain 5 is proposed. By comparing the results obtained with ones of the real diagram, it can be concluded that the proposed method applies to these cases.

Keywords: NBR 6118:2014, high strength concrete, eccentric compression.

SUMÁRIO

Orientador:	i
RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL	ii
MARÇO DE 2014.....	ii
SUMÁRIO	v
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	x
1 INTRODUÇÃO	1
2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS	2
2.1 RESISTÊNCIAS	2
2.1.1 RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA	2
2.1.2 RESISTÊNCIA DE CÁLCULO	2
2.2 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO	3
2.2.1 DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO	3
2.2.1.1 COMPRESSÃO.....	3
2.3 CARACTERÍSTICAS DOS AÇOS.....	5
3 CARACTERÍSTICAS DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO	6
3.1 VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA E DEFINIÇÃO DOS ESTADOS LIMITES	6
3.2 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS E DE SERVIÇO	6
3.3 AÇÕES A CONSIDERAR	6
3.4 VALORES DE CÁLCULO PARA AÇÕES SOLICITANTES	7
3.5 HIPÓTESES BÁSICAS NO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO COMPOSTA NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO	8
4 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO COMPOSTA RETA	11
4.1 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 1	12
4.2 EQUAÇÕES PARA O DOMÍNIO 2	14
4.3 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 3	15
4.4 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 4 E 4a.....	15
4.5 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 5	16
5 PLANILHAS DE DIMENSIONAMENTO E ÁBACOS DE INTERAÇÃO	18
5.1 APRESENTAÇÃO E INSTRUÇÕES DAS PLANILHAS DE DIMENSIONAMENTO.....	19

5.2	ÁBACOS ADIMENSIONAIS DE INTERAÇÃO	23
5.3	IMPLEMENTAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE RETANGULARIZAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÃO x DEFORMAÇÃO DO CONCRETO PARA CONCRETOS DE CLASSE SUPERIOR A C50	24
5.4	INCOMPATIBILIDADE DO DIAGRAMA RETANGULARIZADO COM O DOMÍNIO 5	25
5.4.1	SOLUÇÃO ATRAVÉS DA INTERPOLAÇÃO DA TENSÃO NO CONCRETO	28
5.4.1.1	RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO A INTERPOLAÇÃO	31
5.4.1.2	ABACOS ADIMENSIONAIS OBTIDOS UTILIZANDO A INTERPOLAÇÃO (DIAGRAMA SIMPLIFICADO).....	34
5.4.1.2.1	CONCRETOS ATÉ C50.....	34
5.4.1.2.2	CONCRETO C90.....	40
5.4.2	SOLUÇÃO ATRAVÉS DO DIAGRAMA REAL DE TENSÃO NO CONCRETO (PARÁBOLA-RETÂNGULO)	45
5.4.2.1	FORMULAÇÕES.....	46
5.4.2.1.1	DOMÍNIOS 1 A 4	46
5.4.2.1.2	DOMÍNIO 5	48
5.	A Figura 50 apresenta as definições de parâmetros utilizados nas formulações do domínio	48
5.4.2.2	RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O DIAGRAMA REAL DE TENSÃO NO CONCRETO	49
5.4.2.2.1	CONCRETO C50.....	49
5.4.2.2.2	CONCRETO C90.....	53
5.4.2.2.3	COMPARAÇÃO PARA OUTROS CONCRETOS	57
5.4.2.3	ÁBACOS ADIMENSIONAIS OBTIDOS UTILIZANDO O DIAGRAMA REAL DE TENSÃO NO CONCRETO	59
5.4.2.3.1	CONCRETOS ATÉ C50.....	59
5.4.2.3.2	CONCRETO C90.....	65
6	EXEMPLOS PRÁTICOS	70
6.1	DIMENSIONAMENTO PARA A SITUAÇÃO a)	71
6.2	DIMENSIONAMENTO PARA A SITUAÇÃO b)	77
7	CONCLUSÃO	84
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama tensão-deformação idealizado para compressão – figura 8.2 da NBR 6118:2014 (1)	4
Figura 2: Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas – figura 8.4 da ABNT NBR 6118:2014 (1).	5
Figura 3: representação da uniformização do diagrama parábola-retângulo para o domínio 3 no ELU	9
Figura 4: Domínios de estado limite último de uma seção transversal.	10
Figura 5: Notações a serem seguidas no dimensionamento à flexão composta reta – SANTOS (6)	11
Figura 6: ELU no domínio 1 – SANTOS (6).	13
Figura 7: Relações geométricas de deformações no domínio 1 – SANTOS (6).....	13
Figura 8: Representação esquemática da seção no domínio 2.....	14
Figura 9: Representação esquemática da seção no domínio 5.....	17
Figura 10: Relações geométricas de deformações no domínio 5 - SANTOS (6).....	18
Figura 11: Exemplo de dados que devem ser especificados para o dimensionamento.	19
Figura 12: Exemplo de curva de interação e deformações ao longo da seção para os diversos domínios.	20
Figura 13: Tipos de seção considerados na confecção dos ábacos adimensionais.....	24
Figura 14: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 30$ MPa (sem correção)	25
Figura 15: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 50$ MPa (sem correção)	26
Figura 16: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 60$ MPa (sem correção)	26
Figura 17: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 70$ MPa (sem correção)	27
Figura 18: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 80$ MPa (sem correção)	27
Figura 19: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 90$ MPa (sem correção)	28
Figura 20: Situação inicial da interpolação da tensão no concreto em que $x = h$	29
Figura 21: Situação intermediária de interpolação da tensão no concreto em que $h < x < x_1$	29
Figura 22: Situação final de interpolação da tensão no concreto em que $x = x_1$	29
Figura 23: Curva de interação para concreto C60.	32
Figura 24: Curva de interação para concreto C70.	32
Figura 25: Curva de interação para concreto C80.	33

Figura 26: Curva de interação para concreto C90.	33
Figura 27: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C50).....	34
Figura 28: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C50).....	34
Figura 29: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C50).....	35
Figura 30: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C50).....	35
Figura 31: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C50).....	36
Figura 32: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C50).....	36
Figura 33: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C50).....	37
Figura 34: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C50).....	37
Figura 35: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C50).....	38
Figura 36: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C50).....	38
Figura 37: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C50).....	39
Figura 38: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C90).....	40
Figura 39: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C90).....	40
Figura 40: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C90).....	41
Figura 41: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C90).....	41
Figura 42: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C90).....	42
Figura 43: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C90).....	42
Figura 44: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C90).....	43
Figura 45: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C90).....	43
Figura 46: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C90).....	44
Figura 47: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C90).....	44
Figura 48: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C90).....	45
Figura 49: Definição de parâmetros utilizados nas formulações dos esforços resistidos pelo concreto	46
Figura 50: Definição de parâmetros utilizados nas formulações dos esforços resistidos pelo concreto (domínio 5)	48
Figura 51: Curva de interação $N_d \times M_d$ para a referida seção	52
Figura 52: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C50)	52
Figura 53: Curva de interação $N_d \times M_d$ para a referida seção	56
Figura 54: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C90)	56
Figura 55: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C60)	57
Figura 56: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C70)	58
Figura 57: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C80)	58
Figura 58: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C50).....	59
Figura 59: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C50).....	60
Figura 60: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C50).....	60

Figura 61: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C50).....	61
Figura 62: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C50).....	61
Figura 63: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C50).....	62
Figura 64: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C50).....	62
Figura 65: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C50).....	63
Figura 66: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C50).....	63
Figura 67: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C50).....	64
Figura 68: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C50).....	64
Figura 69: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C90).....	65
Figura 70: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C90).....	65
Figura 71: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C90).....	66
Figura 72: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C90).....	66
Figura 73: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C90).....	67
Figura 74: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C90).....	67
Figura 75: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C90).....	68
Figura 76: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C90).....	68
Figura 77: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C90).....	69
Figura 78: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C90).....	69
Figura 79: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C90).....	70
Figura 80: Seção do pilar a ser dimensionado	71
Figura 81: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção XX).	73
Figura 82: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção YY).	74
Figura 83: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção XX).	76
Figura 84: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção YY).	77
Figura 85: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção XX).	79
Figura 86: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção YY).	80
Figura 87: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção XX).	82
Figura 88: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção YY).	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tensão de escoamento e deformação de escoamento para os três tipos de aço	5
Tabela 2: Exemplo de deformações ao longo da dada seção para os cinco domínios.	21
Tabela 3: Par momento e normal resistentes de cálculo obtidos pela planilha nos diferentes domínios para a seção sem e com a armadura especificada.	22
Tabela 4: Exemplo de cálculo dos parâmetros de retangularização para um dado valor de f_{ck}	24
Tabela 5: Exemplo de interpolação da tensão f_c do diagrama retangular para um concreto C20 (nesse caso não é necessária a interpolação).	30
Tabela 6: Exemplo de interpolação da tensão f_c do diagrama retangular para um concreto C80.	31
Tabela 7: Seção considerada no cálculo.	31
Tabela 8: Entradas consideradas na planilha.	49
Tabela 9: Cálculos do diagrama real para a dada seção.	50
Tabela 10: Pares N_d e M_d nos 5 domínios com e sem armadura para a referida seção.	51
Tabela 11: Entradas consideradas na planilha.	53
Tabela 12: Cálculos do diagrama real para a dada seção.	54
Tabela 13: Pares N_d e M_d nos 5 domínios com e sem armadura para a referida seção.	55
Tabela 14: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).	73
Tabela 15: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).	73
Tabela 16: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).	75
Tabela 17: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).	76
Tabela 18: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).	79
Tabela 19: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).	80
Tabela 20: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).	82
Tabela 21: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).	82

1 INTRODUÇÃO

Com o crescente uso de elementos estruturais cada vez mais esbeltos, viu-se a necessidade de desenvolver concretos mais resistentes com o intuito de que estes atendam à segurança estrutural prevista nos projetos. Concretos com resistência superior a 50 MPa vêm sendo usados em diversas obras no Brasil. Diante disso, a Associação Brasileira de Normas Técnicas propôs uma revisão da NBR 6118 visando adequá-la ao diferente comportamento mecânico desses tipos de material.

Uma característica importante de concretos com resistência superior a 50 MPa é a mudança nos seus limites de deformação, o que por sua vez altera o diagrama de tensão-deformação de modo particular. Assim, apesar de apresentarem maiores resistências, estas classes de concreto apresentam mais fragilidade e menores limites de deformação.

Considerando-se os limites de deformação particulares dos concretos de alta resistência, a uniformização do diagrama parábola-retângulo conforme normalizado pela NBR 6118:2007 não abrangia os casos dos concretos de alta resistência.

Na revisão que originou a versão atual da NBR 6118:2014, foi proposto um modelo específico de uniformização deste diagrama para tratar os casos das classes de concreto de maior resistência. Entretanto, tal modelo gera uma incompatibilidade no domínio 5.

Diante disso, o presente trabalho visa propor um método aproximado de interpolação linear capaz de resolver esse problema. Para validar os resultados do método proposto, os resultados obtidos pelo método aproximado foram comparados com os valores obtidos com o uso do diagrama de tensão deformação real do concreto.

2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

2.1 RESISTÊNCIAS

As resistências são classificadas em características e de cálculo como será explicado e exemplificado no decorrer deste item.

2.1.1 RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA

Os valores característicos de resistência (f_k) a serem considerados na resistência à compressão do concreto e tração do aço são definidos como sendo os valores que têm uma probabilidade de apenas 5% de não serem atingidos em um determinado lote de cada material. Os corpos-de-prova representativos do lote de concreto devem ser moldados segundo a ABNT NBR 5738 (2003) e devem ser rompidos segundo a ABNT NBR 5739 (2007). É admitida uma distribuição normal para essas resistências. A resistência característica do lote é dada por:

$$f_i = f_m - 1,65 s \quad (2.1)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - f_m)^2}{n - 1}} \quad (2.2)$$

onde f_m é a resistência média do lote e f_i é a resistência de um corpo de prova individual, n é o número de amostras e s corresponde ao desvio padrão.

2.1.2 RESISTÊNCIA DE CÁLCULO

As resistências de cálculo são estabelecidas pela ABNT NBR 6118 (2014), minorando os valores de resistência característica com os coeficientes de ponderação das resistências.

Tais fatores levam em consideração a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos, as diferenças entre resistências medidas em corpos-de-prova e nas estruturas, desvios ocorridos na construção das estruturas e aproximações feitas no projeto, em relação às resistências.

Para a resistência à compressão de cálculo do concreto (f_{cd}) e tração de cálculo do aço (f_{yd}), tem-se que:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.3)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.4)$$

onde:

$\gamma_c = 1,4$ em condições normais;

$\gamma_c = 1,2$ em condições de construção;

$\gamma_s = 1,15$ em condições normais e de construção.

2.2 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO

Neste item serão apresentadas as considerações sobre as características dos materiais envolvidos no dimensionamento de elementos estruturais de concreto armado, como normalizado na NBR 6118 (2014). Os concretos que podem ser aplicados em estruturas de concreto armado variam entre as classes C20 (20 MPa) e C90 (90 MPa) de resistência característica, de acordo com ABNT NBR 8953 (2011).

2.2.1 DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO

2.2.1.1 COMPRESSÃO

Para tensões de compressão menores que $0,5f_c$, pode-se admitir uma relação linear entre tensões e deformações, adotando-se para o módulo de elasticidade o valor de E_{cs} .

Para análises de estado limite último, pode-se considerar o diagrama parábola-retângulo apresentado na Figura 1 ou aplicar simplificações que serão apresentadas posteriormente e que são objeto do estudo deste trabalho.

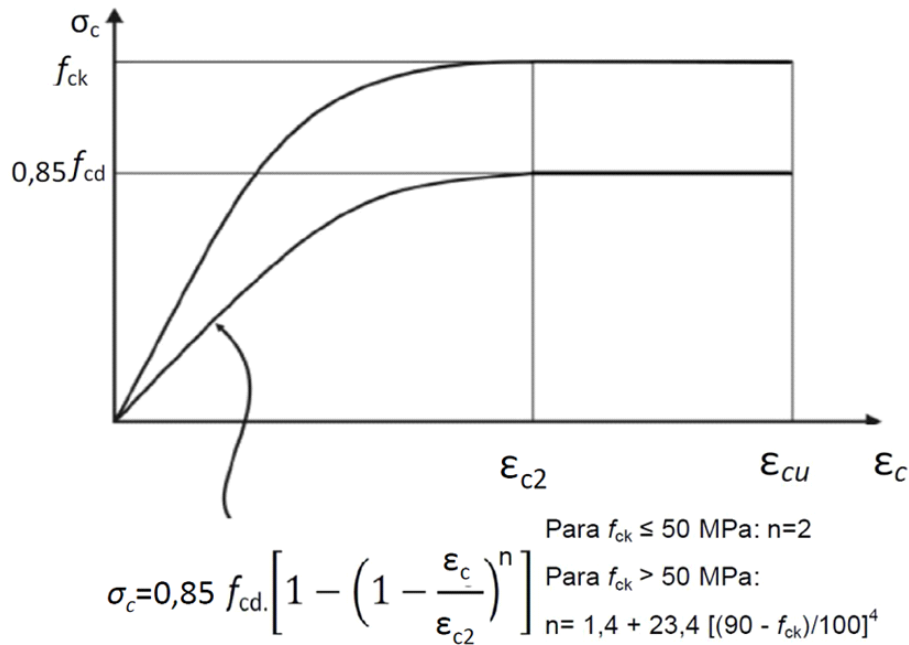


Figura 1: Diagrama tensão-deformação idealizado para compressão – figura 8.2 da NBR 6118 (2014)

Os valores da deformação específica de encurtamento do concreto no início do regime plástico (ϵ_{c2}) e da deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ϵ_{cu}) podem ser estabelecidos a partir das expressões a seguir, segundo a NBR 6118 (2014):

- Para concretos de classe até C50:

$$\epsilon_{c2} = 2,0^{0}/_{00} \quad (2.5)$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5^{0}/_{00} \quad (2.6)$$

-Para concretos de classe de C50 até C90:

$$\epsilon_{c2} = 2,0^{0}/_{00} + 0,085^{0}/_{00} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (2.7)$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6^{0}/_{00} + 35^{0}/_{00} \cdot [(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (2.8)$$

2.3 CARACTERÍSTICAS DOS AÇOS

Nos projetos de estruturas de concreto armado, devem ser utilizados os aços classificados pela ABNT NBR 7480 (2007), que de acordo com seu valor característico de resistência ao escoamento são classificados nas categorias CA-25 (250 MPa), CA-50 (500 MPa), CA-60 (600 MPa).

Para o cálculo nos estados limites últimos, a NBR 6118 (2014) define um diagrama de tensão-deformação bilinear genérico para os aços. O patamar de escoamento é bem definido e não há acréscimo de tensão após a deformação de escoamento, como mostrado na Figura 2.

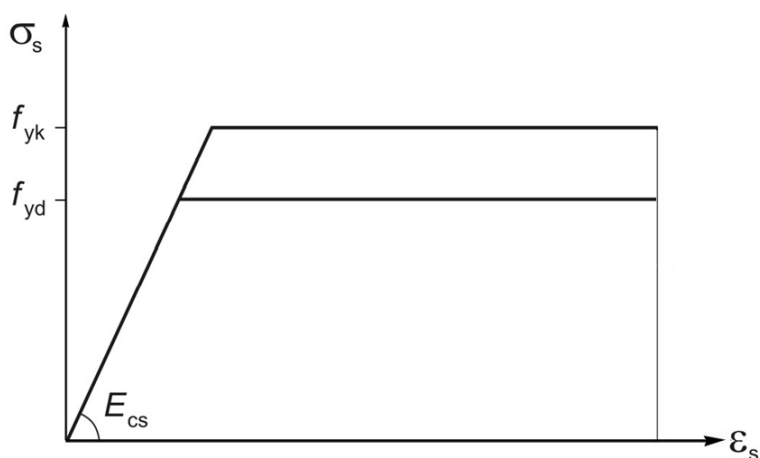


Figura 2: Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas – figura 8.4 da ABNT NBR 6118 (2014).

Considera-se, para todos os tipos de aço, o módulo de elasticidade do aço (E_s) como sendo de 210 000MPa.

Os valores da tensão de escoamento (f_{yd}) e da respectiva deformação de escoamento (ϵ_{yd}) estão fornecidos na tabela abaixo.

Tabela 1: Tensão de escoamento e deformação de escoamento para os três tipos de aço

Aço	f_{yd} (kN/cm ²)	ϵ_{yd} (‰)
CA-25	21,74	1,035
CA-50	43,48	2,070
CA-60	52,17	2,484

3 CARACTERÍSTICAS DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

3.1 VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA E DEFINIÇÃO DOS ESTADOS LIMITES

Na verificação da segurança de estruturas de concreto, devem ser atendidas as condições analíticas e construtivas de segurança, de acordo com o item 12.5 da NBR 6118 (2014).

As condições construtivas devem atender aos requisitos definidos na NBR 14931 (2004).

Do ponto de vista das condições analíticas, define-se que a resistência disponível da estrutura não pode ser menor que as solicitações atuantes, com relação a todos os estados limites e a todos os carregamentos.

Simbolicamente, $R_d \geq S_d$.

3.2 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS E DE SERVIÇO

Um estado limite de serviço, por definição, é atingido quando a estrutura deixa de atender aos requisitos necessários para a sua ideal funcionalidade. Os estados limites de serviço no concreto armado estão relacionados aos estados limites de utilização de abertura de fissuras, de deformações excessivas e de vibrações excessivas.

O estado limite último de uma estrutura ocorre quando esta está no limite de seu colapso, ou outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação do uso da estrutura.

Em projetos de estruturas de concreto armado devem ser atendidos os estados limites últimos (ELU) e os de serviço (ELS). Simbolicamente, em um estado limite, tem-se que $S_d = F_d$.

3.3 AÇÕES A CONSIDERAR

Devem ser consideradas, no cálculo estrutural, todas as ações que são significativas do ponto de vista da segurança estrutural, levando-se em conta todos os possíveis estados limites últimos e de serviço.

Simbolicamente, as ações em estruturas de concreto armado podem ser expressas por (totais = permanentes + variáveis + decorrentes de ações indiretas):

$$p = g + q + \varepsilon \quad (3.1)$$

As cargas gravitacionais que atuam em estruturas de edificações são especificadas pela ABNT NBR 6120 (2000). Para se estimar a carga de vento a ser considerada em edificações, deve-se consultar a ABNT NBR 6123 (1990).

Em instalações industriais, devem ser considerados os pesos dos equipamentos e as cargas variáveis que podem ocorrer devido ao processo industrial, e estas devem ser consideradas em suas posições mais desfavoráveis.

Em situações especiais, pode ser necessário a consideração de cargas excepcionais, tais como sismos, tornado, impacto, etc.

3.4 VALORES DE CÁLCULO PARA AÇÕES SOLICITANTES

A NBR 6118 (2014) define os valores de cálculo das solicitações como sendo os valores das solicitações majorados por um fator (γ_f) que leva em conta a variabilidade das ações, a simultaneidade das ações, desvios que possam ser gerados na execução e que não são previstos no cálculo e as aproximações feitas em projeto, no ponto de vista das solicitações.

Esse requisito pode ser expresso como:

$$F_d = \gamma_f \cdot F_k \quad (3.2)$$

No caso de pilares ou pilares-parede com menor dimensão entre 14 e 19 cm, deve-se considerar um coeficiente adicional que considera a maior probabilidade de falhas de construção em peças esbeltas e da maior importância relativa dos desvios construtivos. Esse fator é definido por:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05b \quad (3.3)$$

onde b é a menor dimensão do pilar em questão, em centímetro.

A ponderação de ações no estado limite último, quando as ações variáveis são de um só tipo, é feita da seguinte maneira:

$$F_d = 1,4F_{gk} + 1,4F_{qk} + 1,2F_{\epsilon k} \text{ (condições normais, quando as ações são desfavoráveis)}$$

$$F_d = 1,3 F_{gk} + 1,2F_{qk} + 1,2F_{\epsilon k} \text{ (condições de construção, quando as ações são desfavoráveis)}$$

onde:

F_{gk} é ação permanente característica;

F_{qk} é a ação variável característica;

$F_{\varepsilon k}$ é a ação devida a deformações próprias e impostas.

Estes fatores podem ser $1,0 F_{gk}$, $0,0F_{qk}$ ou $0,0F_{\varepsilon k}$, em condições normais ou de construção quando as ações são favoráveis.

Caso ocorram simultaneamente ações variáveis de diferentes tipos, considera-se um fator redutor que leva em conta a pequena probabilidade dessas ações ocorrerem ao mesmo tempo. Nesse caso, somam-se os efeitos máximos de um carregamento com o outro reduzido pelo fator ψ_0 , cujos valores são obtidos na tabela 11.2 da ABNT NBR 6118 (2014):

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{0j} \cdot F_{qjk}) + \gamma_\varepsilon \cdot F_{\varepsilon k} \cdot \Psi_{\varepsilon 0} \quad (3.4)$$

3.5 HIPÓTESES BÁSICAS NO DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO COMPOSTA NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014), na análise da resistência de uma seção de viga ou pilar de concreto armado, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

- a) As seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- b) A deformação das barras deve ser a mesma do concreto em seu entorno;
- c) As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
- d) A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, apresentado neste trabalho na seção 2.2.1, com tensão de pico de $0,85 f_{cd}$. A fim de simplificar o cálculo, esse diagrama pode ser substituído por um retângulo de profundidade $y = \lambda x$, onde x é a profundidade da linha neutra e o valor de λ é definido a seguir:

- Para $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$:

$$\lambda = 0,8 \quad (3.5)$$

- Para $f_{ck} \geq 50\text{MPa}$:

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 \quad (3.6)$$

A tensão constante atuante até a profundidade y pode ser tomada igual a:

- $\alpha_c f_{cd}$ no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
- $0,9 \alpha_c f_{cd}$ no caso contrário.

O parâmetro α_c é definido como:

- Para concretos de classes até C50; $\alpha_c=0,85$
- Para concretos de classes de C50 até C90: $\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50) / 200]$

A Figura 3 ilustra essas considerações:

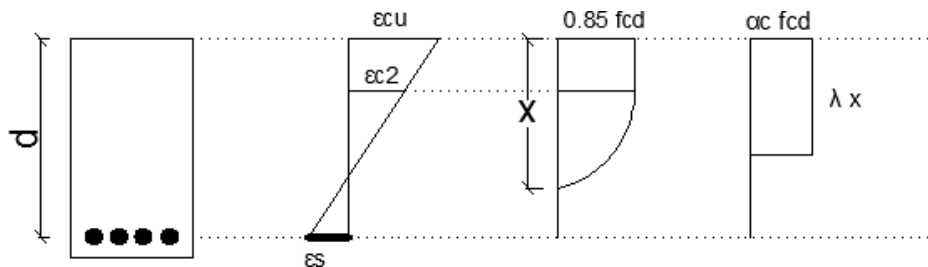


Figura 3: Representação da uniformização do diagrama parábola-retângulo para o domínio 3 no ELU

- e) A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação, com valores de cálculo, definido no item 2.3 deste trabalho;
- f) Os estados limites últimos são caracterizados (situações limite) quando a distribuição de deformações na seção transversal atingir uma das configurações definidas nos diversos domínios de dimensionamento à compressão, tração e flexão simples ou composta, normal ou oblíqua, estabelecidos pela NBR 6118 (2014), de acordo com a Figura 4.

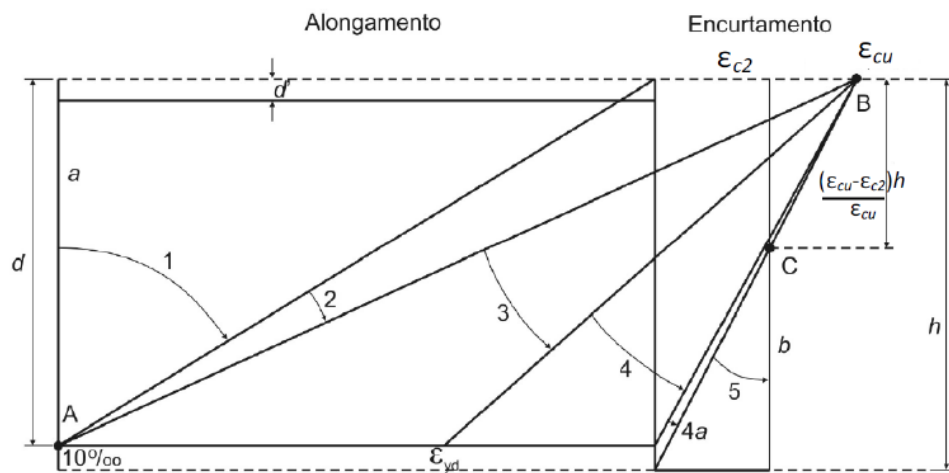


Figura 4: Domínios de estado limite último de uma seção transversal.

4 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO COMPOSTA RETA

O dimensionamento e verificação de uma seção de concreto armado é feita segundo as diversas possibilidades de deformações específicas, correspondentes aos cinco domínios estabelecidos na NBR 6118 (2014) e ilustrados na Figura 4. De acordo com a combinação entre esforço axial e momento a que a seção está submetida, esta terá uma configuração de deformações que se encontra dentro dos cinco domínios e, com isso, terá uma correspondente posição de linha neutra. Conhecida a deformação específica em qualquer altura da seção, através de fórmulas definidas posteriormente nesse trabalho, é possível determinar a tensão no concreto e em todas as linhas de armaduras. Na Figura 5 são definidas as notações a serem seguidas.

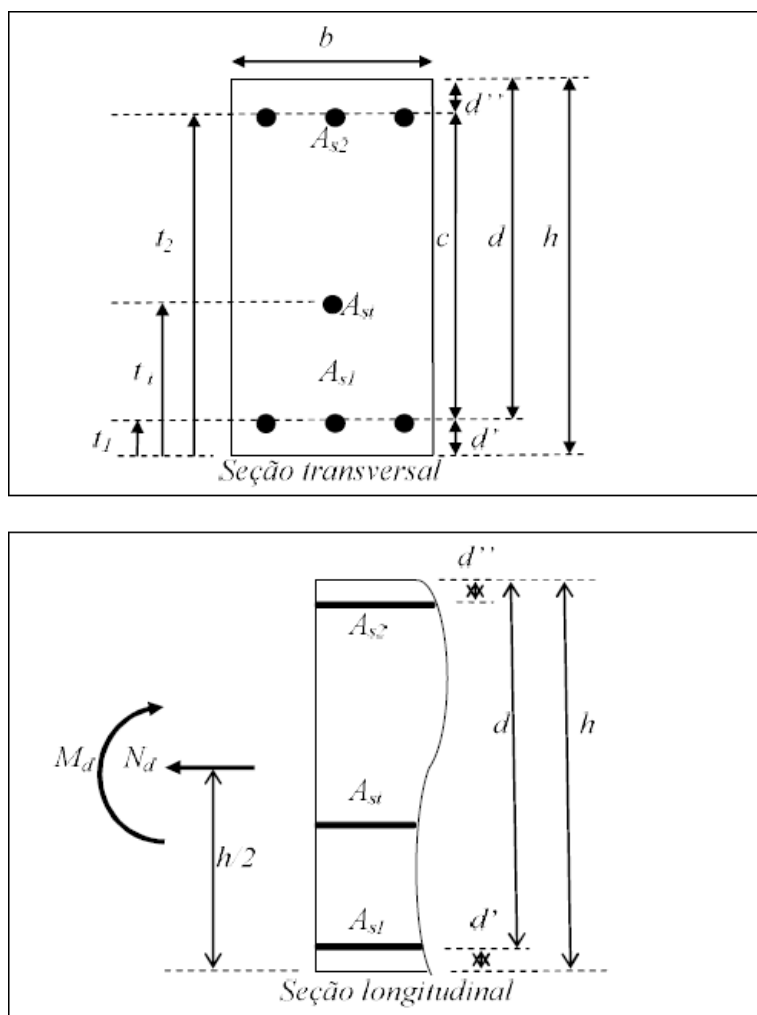


Figura 5: Notações a serem seguidas no dimensionamento à flexão composta reta – SANTOS (2014)

Da Figura 5, tem-se:

b, h – largura e altura total da seção de concreto, respectivamente;

A_{s1} e A_{s2} – armaduras mais próximas da face inferior e da face superior da seção, respectivamente;

d' e d'' – distâncias dos centros de gravidade das armaduras A_{s1} e A_{s2} às faces do concreto mais próximas;

$d = h - d'$ – altura útil da seção;

$c = d - d''$ - distância entre centros de gravidade das armaduras A_{s1} e A_{s2} ;

A_{si} e t_i – armadura genérica e sua respectiva distância à face inferior da seção;

N_d e M_d – esforço normal e momento fletor de cálculo referidos ao centro de gravidade da seção retangular, respectivamente.

As forças normais positivas são as de tração e os momentos positivos são os que tracionam a parte inferior da seção.

4.1 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 1

O domínio 1 corresponde ao caso de tração pura (reta a) e às de tração composta com flexão em que a seção de concreto está toda tracionada. Sendo assim, o concreto não contribui para a resistência, já que se considera que este não resiste à tração. O par de esforços de normal e momento é resistido apenas pelas armaduras. O estado limite do domínio 1 se caracteriza pelo esgotamento do aço quando este atinge uma deformação específica de 10%.

As seguintes condições de deformação específica determinam o domínio 1:

$$\varepsilon_{s1} = 10\text{‰}; \varepsilon_c = 10 \text{‰ a } 0 \text{‰}$$

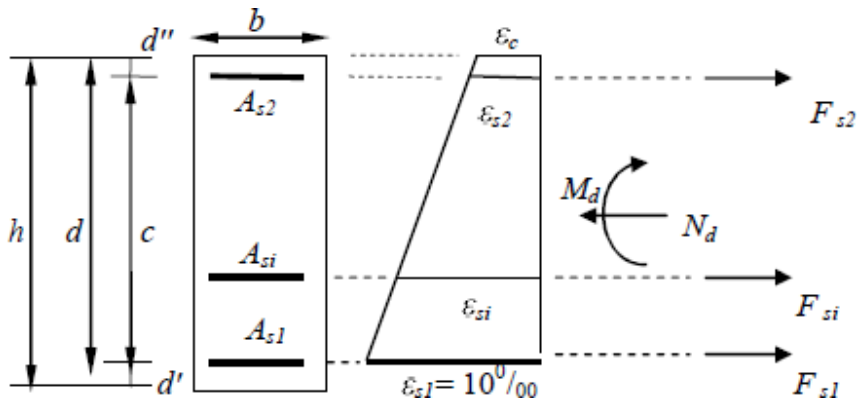


Figura 6: ELU no domínio 1 – SANTOS (2014).

As deformações específicas no nível da armadura genérica i são obtidas por relações geométricas, com o auxílio da Figura 7.

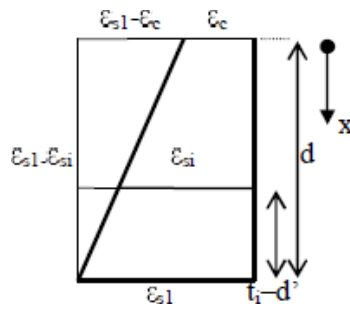


Figura 7: Relações geométricas de deformações no domínio 1 – SANTOS (2014).

$$x = d \cdot \frac{-\varepsilon_c}{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_c} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{s1} - \frac{(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_c) \cdot (t_i - d')}{d} \quad (4.2)$$

$$N_d = \sum F_i \quad (4.3)$$

$$M_d = N_d \cdot \frac{h}{2} - \sum F_i \cdot t_i \quad (4.4)$$

4.2 EQUAÇÕES PARA O DOMÍNIO 2

O domínio 2 se caracteriza por diversas condições de equilíbrio em que a parte superior da seção se encontra comprimida e a parte inferior está tracionada, podendo as armaduras distribuídas ao longo da seção estar tracionadas ou comprimidas. O estado limite se caracteriza pelo escoamento do aço que atinge a deformação específica de 10‰.

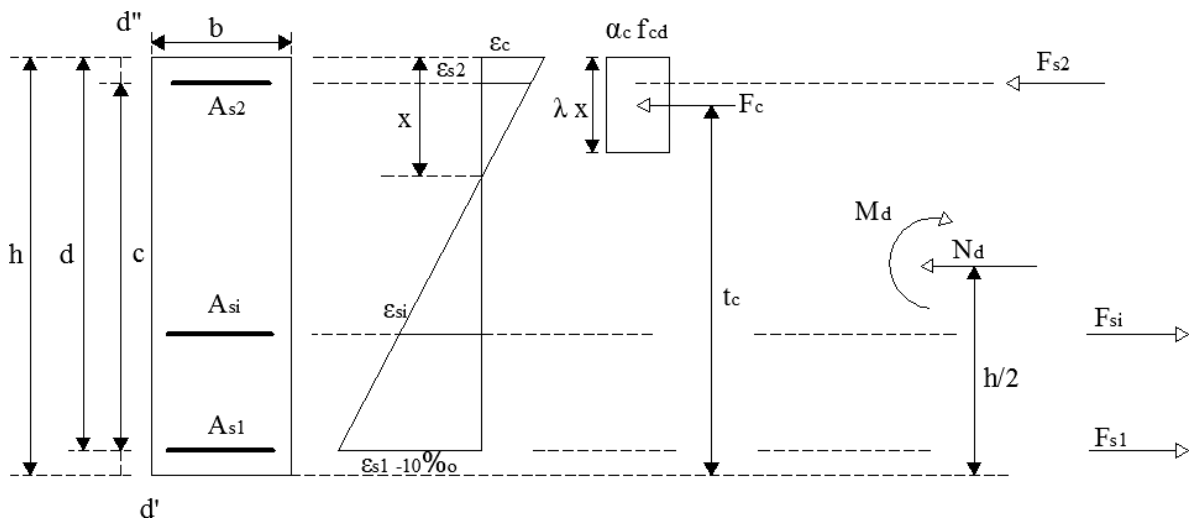


Figura 8: Representação esquemática da seção no domínio 2.

Os limites de deformação específica do domínio 2 são:

$\epsilon_{s1} = 10\text{‰}$; $\epsilon_c = 0\text{‰}$ a ϵ_{cu} , sendo que o valor de ϵ_{cu} varia de acordo com a classe de concreto, como exposto no item 2.2.1.1 deste trabalho.

Profundidade da linha neutra:

$$x = d \cdot \frac{-\epsilon_c}{-\epsilon_c + \epsilon_{s1}} \quad (4.5)$$

O valor para as deformações específicas das armaduras em um nível genérico i pode ser obtido através da mesma equação do domínio 1, observando-se que ϵ_c tem valor negativo nesse caso.

A força de compressão no concreto F_c é determinada pela expressão abaixo, sendo F_c tomada com sinal negativo (compressão).

$$F_c = -\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \quad (4.6)$$

A distância da força no concreto à face inferior da seção é dada por:

$$t_c = h - \frac{\lambda}{2} \cdot x \quad (4.7)$$

Através do equilíbrio de forças, obtêm-se as expressões das forças externas equilibrantes.

$$N_d = F_c + \sum F_i \quad (4.8)$$

$$M_d = N_d \cdot \frac{h}{2} - F_c \cdot t_c - \sum F_i \cdot t_i \quad (4.9)$$

4.3 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 3

Assim como o domínio 2, o domínio 3 engloba diversas situações de equilíbrio em que a parte superior da seção se encontra comprimida e a parte inferior se encontra tracionada, sendo que as diversas armaduras dispostas ao longo da altura da seção podem estar comprimidas ou tracionadas, dependendo de sua posição. O estado limite se caracteriza pelo esgotamento da capacidade de encurtamento do concreto, quando este atinge a deformação específica de $-\varepsilon_{cu}$. A deformação da armadura inferior é, no mínimo, igual a ε_{yd} .

Os limites do domínio 3 são:

$$\varepsilon_{s1} = 10\% \text{ a } \varepsilon_{yd} ; \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ (}\varepsilon_{cu} \text{ com valor negativo)}$$

As expressões do domínio 2 para o cálculo das deformações das armaduras em uma altura genérica i , da posição da linha neutra, da força exercida pelo concreto e das forças externas equilibrantes permanecem válidas para o domínio 3.

4.4 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 4 E 4a

O domínio 4 corresponde a diversas condições de equilíbrio em que a parte superior da seção se encontra comprimida e a parte inferior da seção se encontra tracionada. O estado limite corresponde ao esgotamento da capacidade de encurtamento do concreto ($-\varepsilon_{cu}$) com a tensão na armadura inferior à tensão de escoamento. Como o aço não atinge a tensão de escoamento, esse tipo de colapso consiste em uma ruptura brusca por esmagamento do concreto e a NBR 6118 (2014) não permite que a seção seja dimensionada para esse domínio no caso de flexão simples (caso de seções super-armadas).

O domínio 4 é definido pelos seguintes limites de deformação específica:

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd} \text{ a } 0; \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ (}\varepsilon_{cu} \text{ tem valor negativo)}$$

As expressões do domínio 2 para a profundidade da linha neutra, deformação nas armaduras ao longo da seção em uma altura genérica i , força no concreto e forças externas equilibrantes ainda permanecem válidas.

O domínio 4a corresponde a uma transição matemática entre os domínios 4 e 5, quando aparece uma pequena compressão na armadura A_{s1} . Esse caso pode ser tratado, conservadoramente, com as expressões do domínio 4.

4.5 EQUAÇÕES DO DOMÍNIO 5

O domínio 5 corresponde a diversas condições de equilíbrio em que a seção está totalmente comprimida, estando as armaduras também comprimidas. Esse domínio engloba vários casos de flexão composta com compressão e compressão simples.

O domínio 5 é definido pelas seguintes condições de deformação específica:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ a } \varepsilon_{c2}; \varepsilon_{inf} = \varepsilon_{inf} - [(\varepsilon_c - \varepsilon_{c2})\varepsilon_{c2}/(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2})]$$

O que é resultado de uma deformação sempre igual a ε_{c2} em uma profundidade C da seção igual a $(\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2})h/\varepsilon_{cu}$, como definido pela NBR 6118 (2014).

Nessa expressão, ε_{inf} corresponde à deformação específica na face inferior da seção de concreto. Todas as deformações consideradas têm seus valores negativos.

A Figura 9 ilustra a representação esquemática da seção no domínio 5.

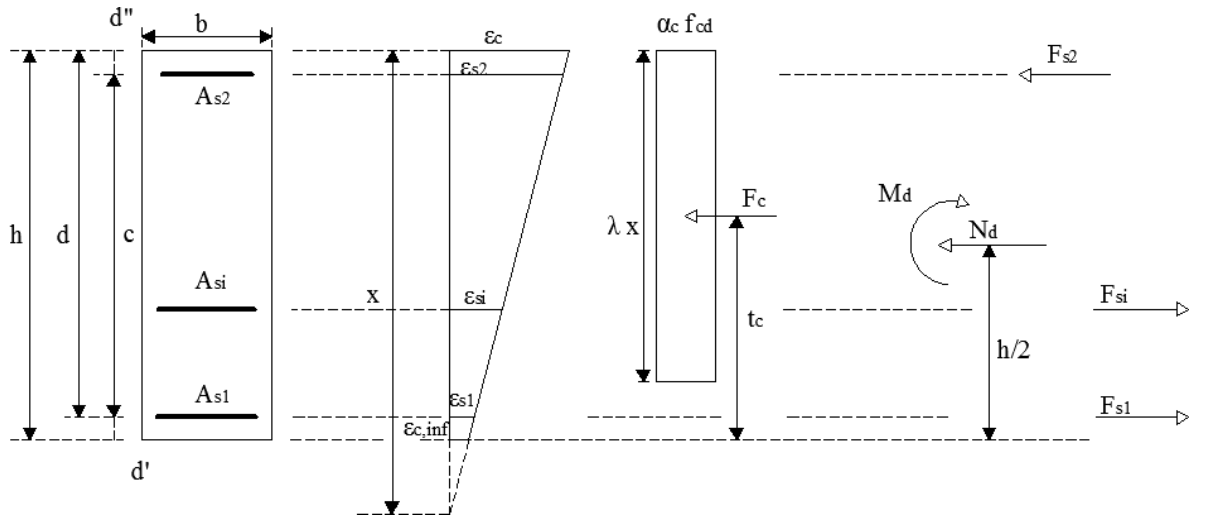


Figura 9: Representação esquemática da seção no domínio 5.

A partir da Figura , chega-se à profundidade da linha neutra.

$$x = h \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - \varepsilon_{inf}} \quad (4.10)$$

As deformações específicas nos níveis das armaduras genéricas i são obtidas com as relações geométricas apresentadas na Figura 10.

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_c \cdot \frac{(t_i + x - h)}{x} \quad (4.11)$$

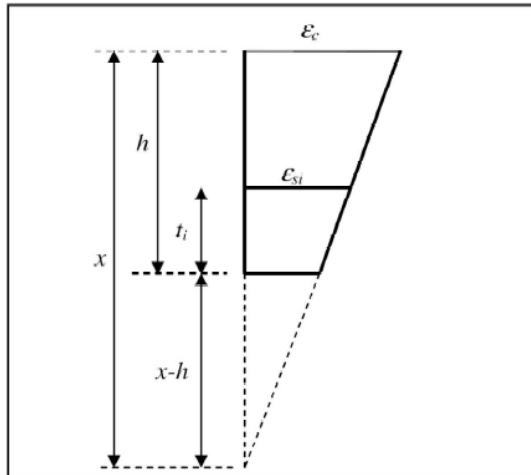


Figura 10: Relações geométricas de deformações no domínio 5 - SANTOS (2014).

As expressões do domínio 2 para a profundidade da linha neutra, deformação nas armaduras ao longo da seção em uma altura genérica i , força no concreto e forças externas equilibrantes ainda permanecem válidas.

5 PLANILHAS DE DIMENSIONAMENTO E ÁBACOS DE INTERAÇÃO

No presente trabalho, foram desenvolvidas planilhas de dimensionamento em EXCEL que verificam uma seção retangular qualquer em concreto armado para um determinado par de esforços normal e momento fletor. As planilhas seguem o mesmo modelo das planilhas desenvolvidas em SANTOS, S.H.C – Apostila de Concreto Armado III – UFRJ (2014) pelo Professor Sérgio Hampshire de Carvalho Santos. A partir dessas planilhas foram gerados ábacos adimensionais que permitem o dimensionamento manual de uma seção retangular de concreto armado submetida à flexão composta reta.

Neste trabalho, o intuito do desenvolvimento das planilhas é comparar as diferenças em resultados obtidos seguindo as considerações da revisão antiga da Norma (NBR 6118:2007) com a atual NBR-6118 (2014), no que tange à retangularização do diagrama tensão x deformação para concretos com resistência característica acima de 50 MPa, como exposto no item 3.5. Também serão feitas comparações com resultados obtidos considerando o diagrama real de tensão x deformação do concreto, definido no item 2.2.1.1 deste trabalho.

5.1 APRESENTAÇÃO E INSTRUÇÕES DAS PLANILHAS DE DIMENSIONAMENTO

Para alimentar as planilhas, deve se entrar com os seguintes dados:

- Dimensões da base e altura da seção de concreto armado, b e h respectivamente;
- Disposição das armaduras ao longo da seção, incluindo o número de barras de cada camada, a bitola das barras de cada camada e a posição de cada camada medida a partir da face inferior da seção (t_i);
- Definição do f_{ck} do concreto em MPa;
- Definição das características do aço utilizado no dimensionamento;
- Definição do par de esforços Normal e Momento de cálculo.

Seção Transversal					Concreto		Aço	
b (m)	0,85	d'(m)	0,04	f _{ck} (MPa)	50	f _{yk} (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,2	d''(m)	0,04	f _{cd} (kN/m ²)	35714	E _s (kN/cm ²)	21000	
				α _c /0,85	1	ε _{yd} (‰)	2,070	
				λ	0,8	f _{yd} (kN/cm ²)	43,48	
Disposição das Armaduras								
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	t _i (m)				
1	7	16	14,07	0,04			ε _{c2} (‰)	
2	7	16	14,07	0,16	N _d (kN) =	-2073,3	ε _{cu} (‰)	
3					M _d (kN.m) =	83,6	ε _{c3} (‰)	
4								
5								
6								
7								
SOMA =	14		28,15					

Figura 11: Exemplo de dados que devem ser especificados para o dimensionamento.

Utilizando o referencial teórico apresentado neste trabalho, a partir dos dados fornecidos, a planilha fornece os seguintes resultados, sendo que cada linha corresponde às diversas configurações deformadas, nos diversos domínios da NBR 6118 (2014):

- x (m) - profundidade da linha neutra. No domínio 5 foi limitada, para viabilizar o cálculo automático da compressão no concreto, a h/λ ;
- ϵ_c (‰) e ϵ_{si} (‰) - deformação na face superior da seção de concreto e deformação nas camadas de armaduras dispostas ao longo das diferentes alturas especificadas;
- σ_{si} - tensão nas armaduras;
- pares de valores N_d e M_d resistentes para a armadura fornecida e para $A_s = 0$.

Com os pares de valores N_d e M_d obtidos, é plotado um gráfico de interação que corresponde a duas curvas de resistência, uma com os valores para uma seção de concreto sem armadura e outra para a seção com a armadura definida nos dados de entrada. Se o ponto correspondente ao par de normal e momento solicitantes de cálculo se encontrar no interior da curva externa, a seção de concreto armado dimensionada está dentro da segurança.

A Figura e as Tabelas 2 e 3 esclarecem o exemplo citado.

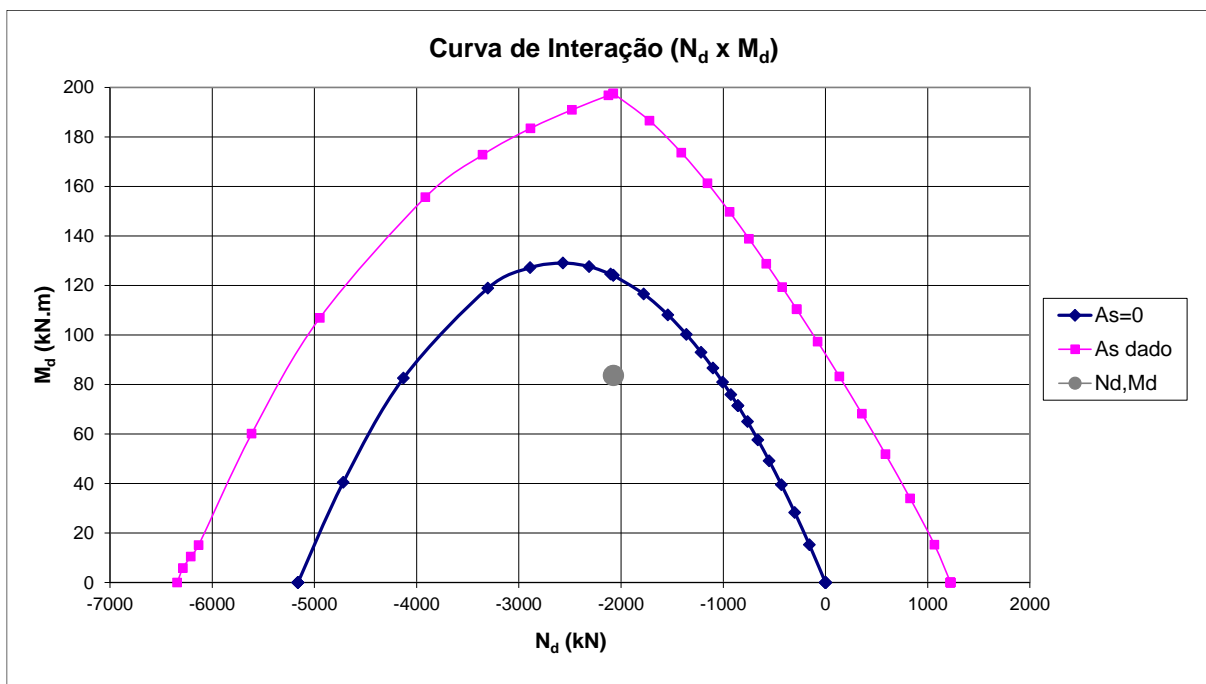


Figura 12: Exemplo de curva de interação e deformações ao longo da seção para os diversos domínios.

Tabela 2: Exemplo de deformações ao longo da seção para os cinco domínios.

Domínios	x (m)	ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ε_{s2} (‰)	ε_{s3} (‰)
Domínio 1		10,00	10,00	10,00	10,00
$\varepsilon_{s1} = 10\text{‰}$		8,00	10,00	8,50	10,50
		6,00	10,00	7,00	11,00
		4,00	10,00	5,50	11,50
		2,00	10,00	4,00	12,00
		0,00	10,00	2,50	12,50
Domínio 2	0,008	-0,50	10,00	2,13	12,63
$\varepsilon_{s1} = 10\text{‰}$	0,015	-1,00	10,00	1,75	12,75
	0,021	-1,50	10,00	1,38	12,88
	0,027	-2,00	10,00	1,00	13,00
	0,032	-2,50	10,00	0,63	13,13
	0,037	-3,00	10,00	0,25	13,25
	0,041	-3,50	10,00	-0,12	13,38
Domínio 3	0,041	-3,50	10,00	-0,12	13,38
$\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$	0,045	-3,50	9,00	-0,38	12,13
	0,049	-3,50	8,00	-0,63	10,88
	0,053	-3,50	7,00	-0,88	9,63
	0,059	-3,50	6,00	-1,13	8,38
	0,066	-3,50	5,00	-1,38	7,13
	0,075	-3,50	4,00	-1,63	5,88
	0,086	-3,50	3,00	-1,88	4,63
	0,101	-3,50	2,07	-2,11	3,46
Domínio 4	0,101	-3,50	2,07	-2,11	3,46
$\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$	0,102	-3,50	2,00	-2,13	3,38
	0,112	-3,50	1,50	-2,25	2,75
	0,124	-3,50	1,00	-2,38	2,13
	0,140	-3,50	0,50	-2,50	1,50
	0,160	-3,50	0,00	-2,63	0,88
Domínio 5	0,200	-3,50	-0,70	-2,80	0,00
$\varepsilon_c = 2,0\text{‰}$	0,229	-3,20	-0,96	-2,64	-0,40
	0,250	-2,90	-1,22	-2,48	-0,80
	0,250	-2,60	-1,48	-2,32	-1,20
	0,250	-2,30	-1,74	-2,16	-1,60
	0,250	-2,00	-2,00	-2,00	-2,00

Tabela 3: Par momento e normal resistentes de cálculo obtidos pela planilha nos diferentes domínios para a seção sem e com a armadura especificada.

Com armadura		Sem armadura	
N_d (kN)	M_d (kN.m)	N_d (kN)	M_d (kN.m)
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1067	15	-157	15
829	34	-300	28
588	52	-431	39
357	68	-550	49
136	83	-661	58
-76	97	-762	65
-281	110	-856	71
-281	110	-856	71
-424	119	-925	76
-578	129	-1005	81
-748	139	-1101	87
-937	150	-1217	93
-1154	161	-1360	100
-1410	174	-1541	108
-1721	187	-1778	117
-2075	198	-2075	124
-2075	198	-2075	124
-2123	197	-2102	125
-2481	191	-2312	128
-2885	183	-2569	129
-3354	173	-2890	127
-3915	156	-3303	119
-4947	107	-4129	83
-5614	60	-4718	40
-6133	15	-5161	0
-6210	10	-5161	0
-6287	6	-5161	0
-6343	0	-5161	0

5.2 ÁBACOS ADIMENSIONAIS DE INTERAÇÃO

O dimensionamento com ábacos adimensionais de interação segue o mesmo procedimento das planilhas de dimensionamento apresentadas anteriormente. O processo de criação dos ábacos consiste em desenvolver planilhas para seções retangulares adimensionais com $b = h = 1\text{m}$ e com $f_{cd} = 1\text{ kN/m}^2$, $f_{yd} = 1\text{ kN/cm}^2$ e $E_s = 21000/f_{yd}$. Os parâmetros adimensionais para entrada nos ábacos são o esforço normal adimensional η e o momento adimensional μ . Os resultados são obtidos através da taxa mecânica de armadura ω , válida para CA-50.

$$\eta = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (5.1)$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (5.2)$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (5.3)$$

Os ábacos de interação serão definidos para os tipos de seção apresentados abaixo:

- Seção TIPO 1 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,05$ e $A_{s1} = A_{s2} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 1)
- Seção TIPO 1 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,10$ e $A_{s1} = A_{s2} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 2)
- Seção TIPO 1 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,15$ e $A_{s1} = A_{s2} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 3)
- Seção TIPO 1 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,20$ e $A_{s1} = A_{s2} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 4)
- Seção TIPO 1 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,25$ e $A_{s1} = A_{s2} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 5)
- Seção TIPO 2 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,05$ e armaduras divididas igualmente nas quatro faces, $A_{s1} = A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 0,25 A_s$ (Ábaco Adimensional 6)
- Seção TIPO 2 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,10$ e armaduras divididas igualmente nas quatro faces, $A_{s1} = A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 0,25 A_s$ (Ábaco Adimensional 7)
- Seção TIPO 2 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,15$ e armaduras divididas igualmente nas quatro faces, $A_{s1} = A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 0,25 A_s$ (Ábaco Adimensional 8)
- Seção TIPO 2 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,20$ e armaduras divididas igualmente nas quatro faces, $A_{s1} = A_{s2} = A_{s3} = A_{s4} = 0,25 A_s$ (Ábaco Adimensional 9)
- Seção TIPO 3 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,05$, nas faces laterais, com $A_{s3} = A_{s4} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 10)
- Seção TIPO 3 - Armadura simétrica com $d'/h = 0,10$, nas faces laterais, com $A_{s3} = A_{s4} = 0,5 A_s$ (Ábaco Adimensional 11)

A Figura 13 apresenta os tipos de seção adotados na confecção dos ábacos adimensionais.

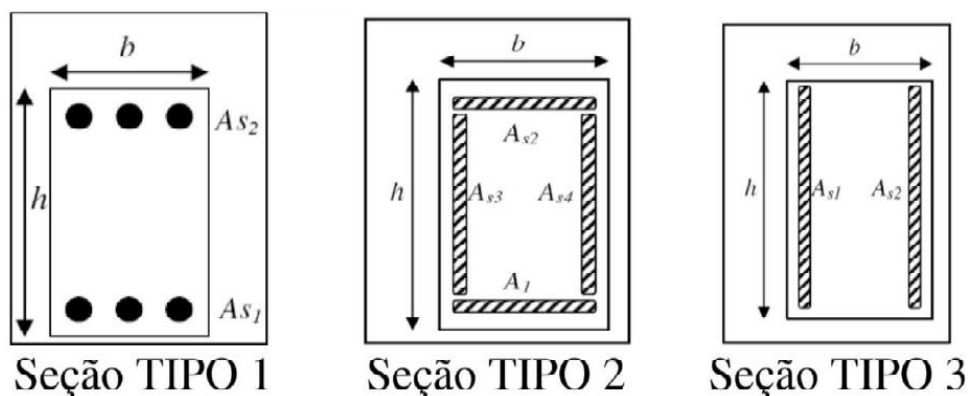


Figura 13: Tipos de seção considerados na confecção dos ábacos dimensionais.

5.3 IMPLEMENTAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE RETANGULARIZAÇÃO DO DIAGRAMA DE TENSÃO x DEFORMAÇÃO DO CONCRETO PARA CONCRETOS DE CLASSE SUPERIOR A C50

Como visto no item 3.5, para concretos acima de 50 MPa de resistência característica, os valores das deformações específicas do concreto ε_{c2} e ε_{cu} variam de acordo com o f_{ck} . Com isso, a retangularização do diagrama tensão-deformação depende de dois parâmetros (α_c e λ). Não é mais aplicável o diagrama retangular de dimensões $0,85 f_{cd}$ ou $0,8f_{cd}$ por $0,8x$ para todas as classes de concreto, como era feito nas revisões anteriores da NBR 6118.

Isso ocorre devido ao fato da área equivalente abaixo do diagrama para concretos acima de C50 não ser mais compatível com as dimensões deste retângulo, bem como ao centróide desta área não mais corresponder à posição da força resultante exercida pelo concreto.

A fim de adequar a planilha a essa característica, foram implementados os parâmetros de retangularização (α_c e λ) que variam de acordo com o f_{ck} e estes são usados no cálculo da força resultante do concreto, de acordo com as equações apresentadas neste trabalho.

A Tabela mostra exemplo de cálculo dos parâmetros de retangularização para um dado valor de f_{ck} .

Tabela 4: Exemplo de cálculo dos parâmetros de retangularização para um dado valor de f_{ck} .

Concreto	
fck (MPa)	67
fcd (kN/m ²)	47857
$\alpha_c / 0,85$	0.915
λ	0.7575

5.4 INCOMPATIBILIDADE DO DIAGRAMA RETANGULARIZADO COM O DOMÍNIO 5

Independentemente da classe de concreto considerada no dimensionamento, no ponto correspondente ao final do domínio 5, toda a seção de concreto deve estar submetida a uma tensão de $0.85f_{cd}$, o que gera uma incompatibilidade com o método apresentado na seção 5.3, já que, para concretos de resistência acima de 50 MPa, $\lambda f_{cd} \neq 0,85 f_{cd}$.

Essa incompatibilidade ocasiona uma descontinuidade na curva de interação gerada pela planilha, já que esse ponto apresenta uma resistência que diverge das demais, visto que $\alpha_c \leq 0,85$. Para concretos superiores a C50, a descontinuidade se agrava à medida que a resistência aumenta (e α_c diminui), como mostrado nas Figuras 14 a 19.

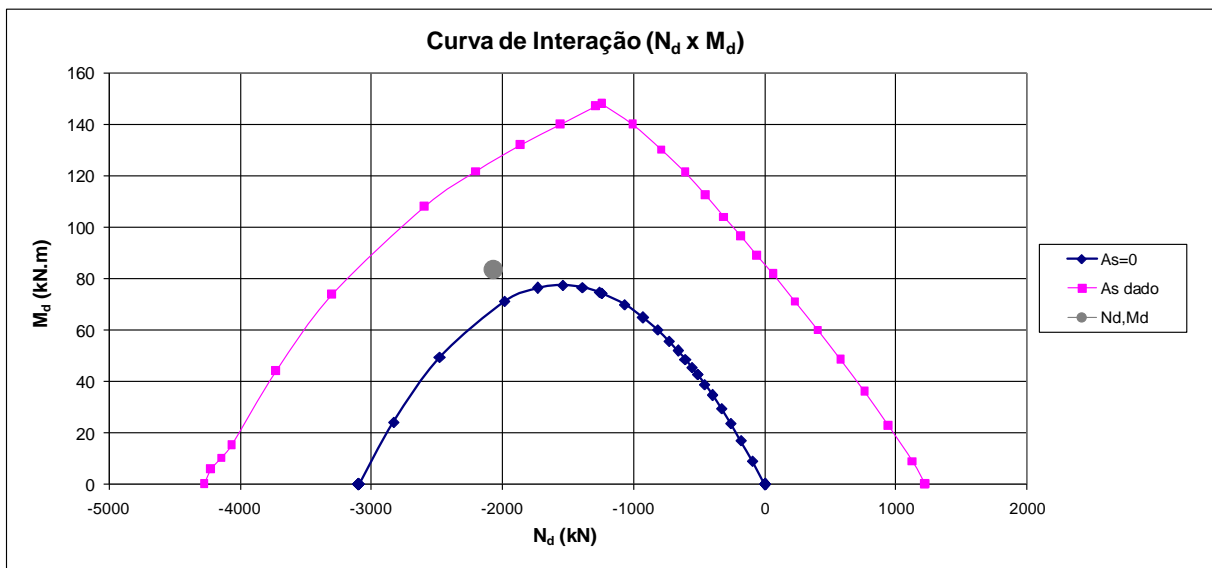


Figura 14: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 30$ MPa (sem correção)

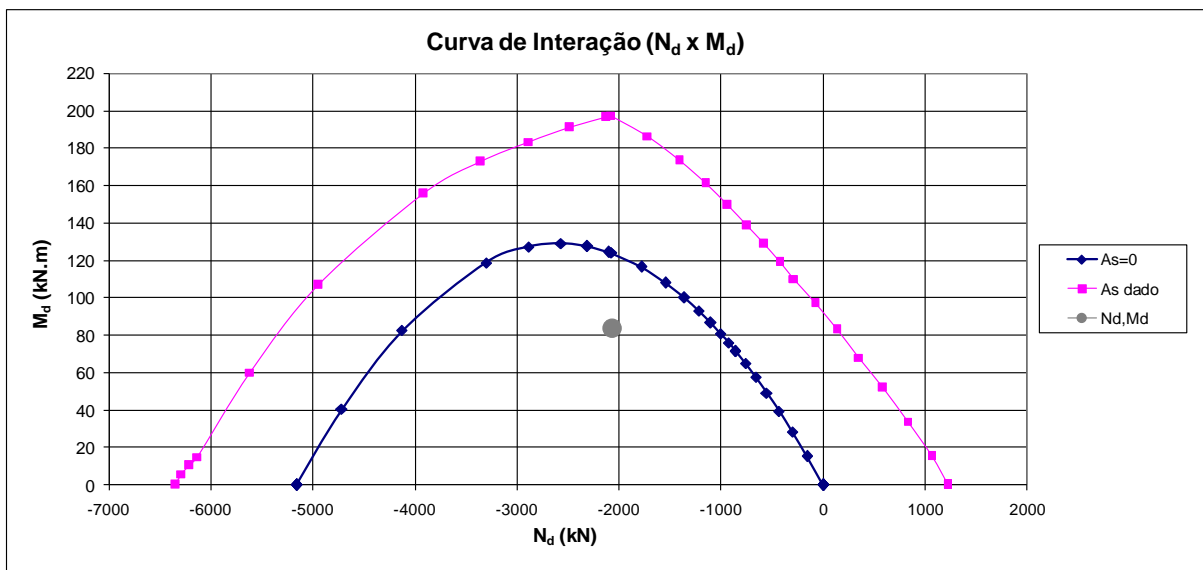


Figura 15: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 50$ MPa (sem correção)

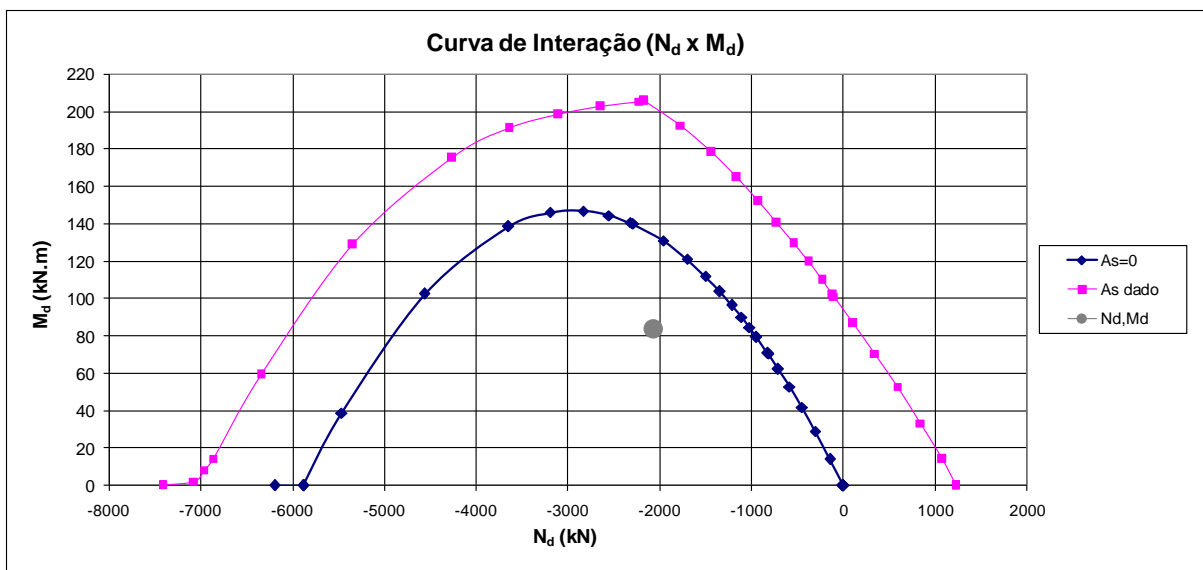


Figura 16: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 60$ MPa (sem correção)

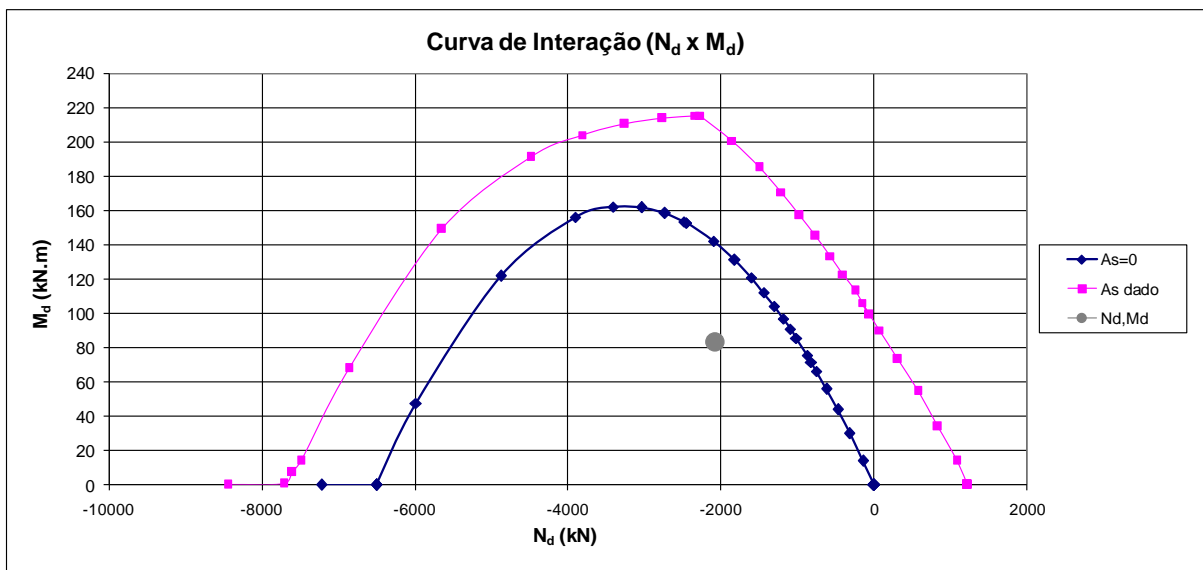


Figura 17: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 70$ MPa (sem correção)

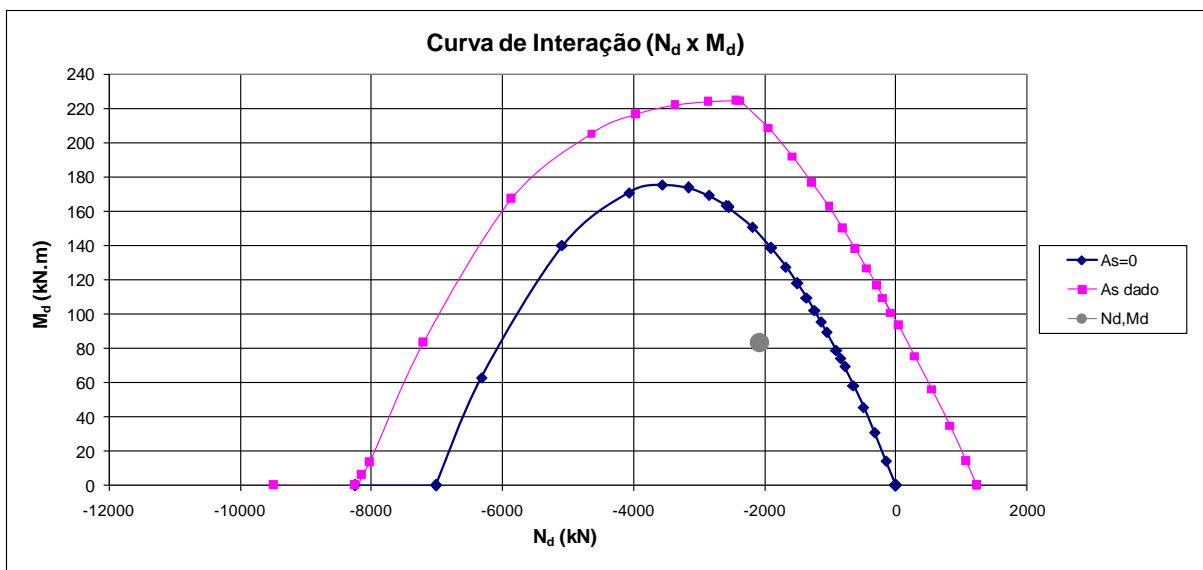


Figura 18: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 80$ MPa (sem correção)

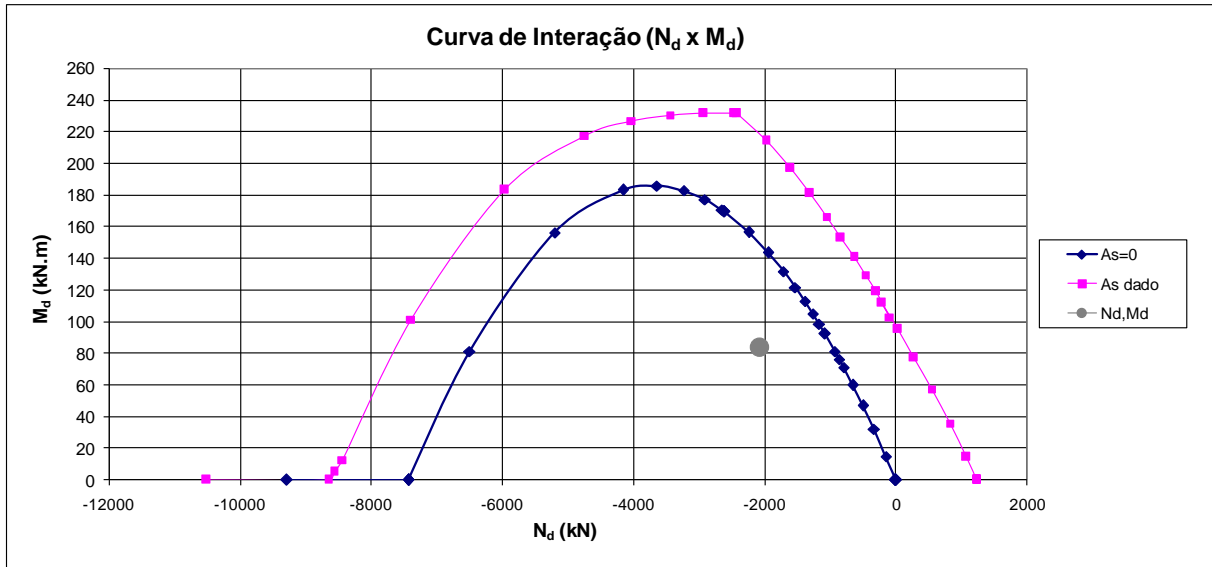


Figura 19: Curvas de interação para uma dada seção com concreto $f_{ck} = 90$ MPa (sem correção)

5.4.1 SOLUÇÃO ATRAVÉS DA INTERPOLAÇÃO DA TENSÃO NO CONCRETO

Uma solução encontrada para resolver tal problema foi a de se fazer uma interpolação linear do valor da tensão no concreto, considerando-se como variável o valor da profundidade da linha neutra, que no domínio 5, varia de $x = h$ a $x = \infty$.

Com isso o objetivo foi desenvolver uma formulação para a tensão no concreto com o seguinte formato:

$$f_c = a \cdot x + b \quad (5.4)$$

Os limites inicial e final são conhecidos e têm os seguintes valores, respectivamente:

$$a \cdot x_0 + b = \alpha_c \cdot f_{cd} \quad (5.5)$$

$$a \cdot x_1 + b = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (5.6)$$

A profundidade x_0 corresponde ao início da interpolação, ou seja, $x_0 = h$ e x_1 corresponde à profundidade em que o diagrama retangular de tensão no concreto tangencia o bordo inferior da seção de concreto. A partir dessa profundidade, o valor da tensão já deve ser igual a $0,85 f_{cd}$, logo $x_1 = h/\lambda$. Para um valor de x entre x_0 e x_1 , o valor da tensão do diagrama retangular será um valor intermediário interpolado entre $\alpha_c f_{cd} \lambda$ e $0,85 f_{cd}$. As Figuras 20 a 22 ilustram as possíveis situações.

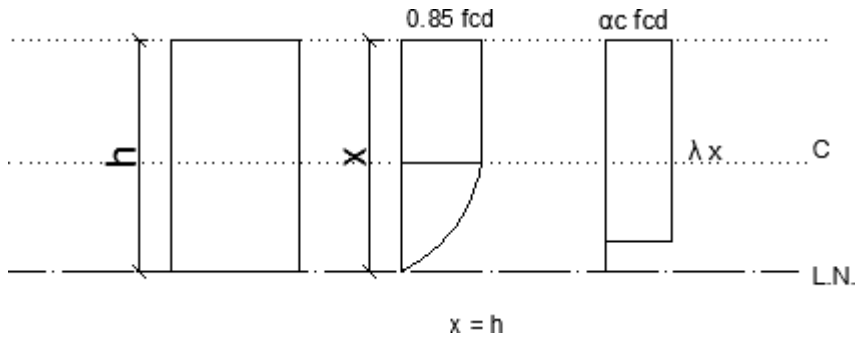


Figura 20: Situação inicial da interpolação da tensão no concreto em que $x = h$.

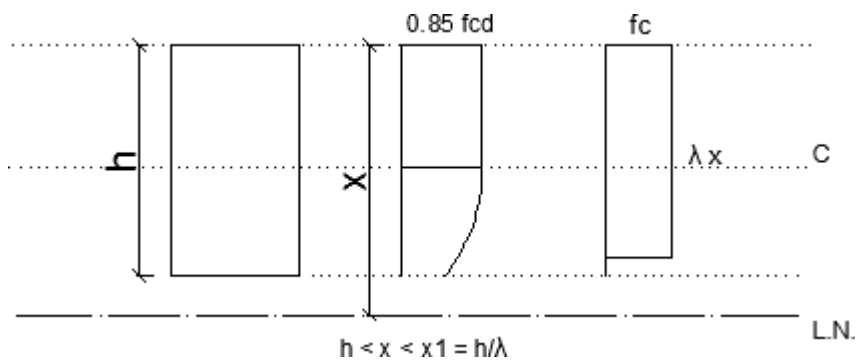


Figura 21: Situação intermediária de interpolação da tensão no concreto em que $h < x < x_1$.

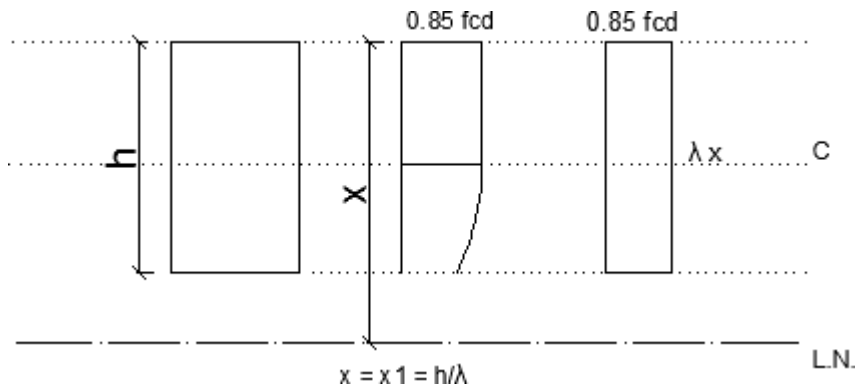


Figura 22: Situação final de interpolação da tensão no concreto em que $x = x_1$.

Resolvendo a interpolação, os coeficientes a e b são:

$$a = \frac{(0,85 - \alpha_c) f_{cd}}{x_1 - x_0} \quad (5.7)$$

$$b = \frac{\alpha_c \cdot x_1 - 0,85 x_0}{x_1 - x_0} \cdot f_{cd} \quad (5.8)$$

logo,

$$f_c = \frac{(0,85 - \alpha_c)f_{cd}}{x_1 - x_0} x + \frac{\alpha_c \cdot x_1 - 0,85x_0}{x_1 - x_0} \cdot f_{cd} \quad (5.9)$$

Esse método foi implementado nas planilhas de dimensionamento, como mostrado nas Tabelas 5 e 6, que exemplificam o cálculo de f_c .

Tabela 5: Exemplo de interpolação da tensão f_c do diagrama retangular para um concreto C20 (nesse caso não é necessária a interpolação).

ε_{ci} (‰)	ε_c (‰)	interpolação	
		x(real)	fc(kPa)
0,00	-3,50	0,200	12142,86
-0,09	-3,43	0,205	12142,86
-0,18	-3,36	0,211	12142,86
-0,27	-3,30	0,218	12142,86
-0,36	-3,23	0,225	12142,86
-0,45	-3,16	0,234	12142,86
-0,55	-3,09	0,243	12142,86
-0,64	-3,02	0,253	12142,86
-0,73	-2,95	0,265	12142,86
-0,82	-2,89	0,279	12142,86
-0,91	-2,82	0,295	12142,86
-1,00	-2,75	0,314	12142,86
-1,09	-2,68	0,337	12142,86
-1,18	-2,61	0,365	12142,86
-1,27	-2,55	0,400	12142,86
-1,36	-2,48	0,445	12142,86
-1,45	-2,41	0,505	12142,86
-1,55	-2,34	0,589	12142,86
-1,64	-2,27	0,714	12142,86
-1,73	-2,20	0,924	12142,86
-1,82	-2,14	1,343	12142,86
-1,91	-2,07	2,600	12142,86
-2,00	-2,00	#DIV/0!	#DIV/0!

Tabela 6: Exemplo de interpolação da tensão f_c do diagrama retangular para um concreto C80.

ϵ_{ci} (‰)	ϵ_c (‰)	interpolação	
		x(real)	f_c (kPa)
0,00	-2,60	0,200	41285,71
-0,11	-2,60	0,209	42169,48
-0,23	-2,60	0,219	43141,63
-0,34	-2,59	0,231	44216,10
-0,46	-2,59	0,243	45409,96
-0,57	-2,58	0,257	46744,28
-0,69	-2,58	0,272	48245,38
-0,80	-2,58	0,290	48571,43
-0,91	-2,57	0,310	48571,43
-1,03	-2,57	0,334	48571,43
-1,14	-2,56	0,361	48571,43
-1,26	-2,56	0,393	48571,43
-1,37	-2,56	0,432	48571,43
-1,49	-2,55	0,479	48571,43
-1,60	-2,55	0,538	48571,43
-1,72	-2,54	0,614	48571,43
-1,83	-2,54	0,715	48571,43
-1,94	-2,54	0,857	48571,43
-2,06	-2,53	1,070	48571,43
-2,17	-2,53	1,424	48571,43
-2,29	-2,52	2,132	48571,43
-2,40	-2,52	4,258	48571,43
-2,52	-2,52	#DIV/0!	#DIV/0!

5.4.1.1 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO A INTERPOLAÇÃO

A seguir, são apresentados os diversos gráficos de interação (Figuras 23 a 26) obtidos utilizando-se a interpolação apresentada no item anterior, para concretos com f_{ck} acima de 50 MPa. Os gráficos foram gerados para uma seção com as seguintes características apresentadas na Tabela 7.

Tabela 7: Seção considerada no cálculo.

Seção Transversal				
b (m)	0.85	d'(m)	0.04	
h (m)	0.2	d''(m)	0.04	
		d(m)	0.16	
Disposição das Armaduras				
Camadas	Barras	Bitola	A_{si} (cm ²)	t_i (m)
1	7	16	14.07	0.04
2	7	16	14.07	0.16
3			0.00	0.060
4			0.00	0.080
5			0.00	0.100
6			0.00	0.120
7			0.00	0.140
SOMA =	14		28.15	

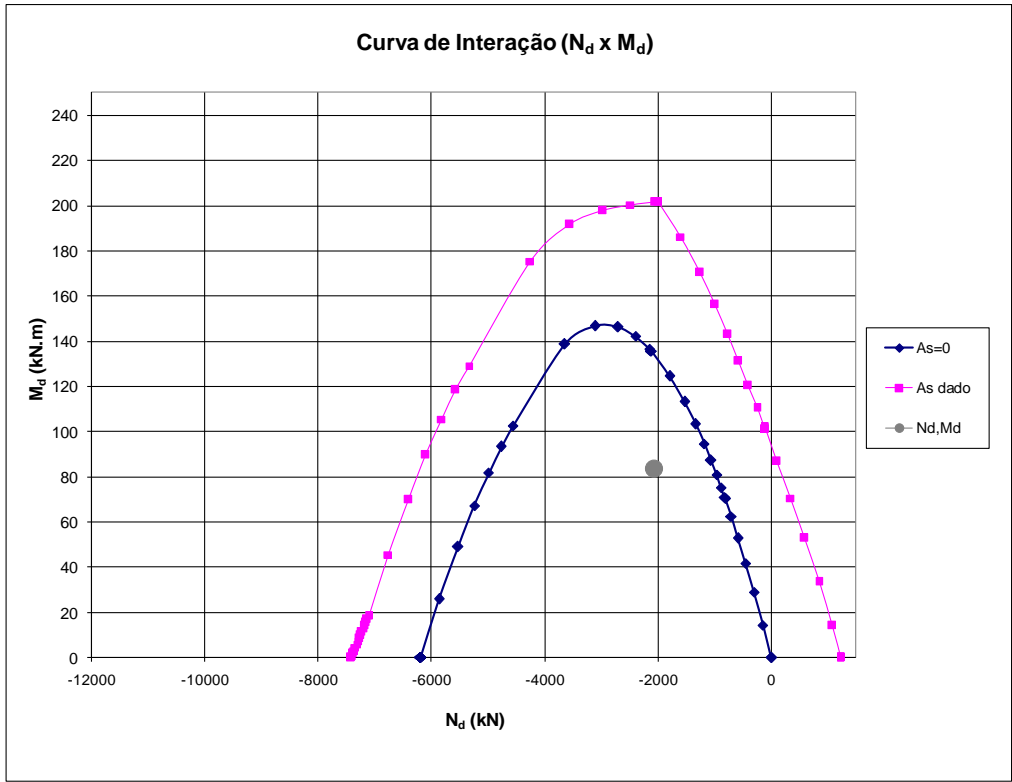


Figura 23: Curva de interação para concreto C60.

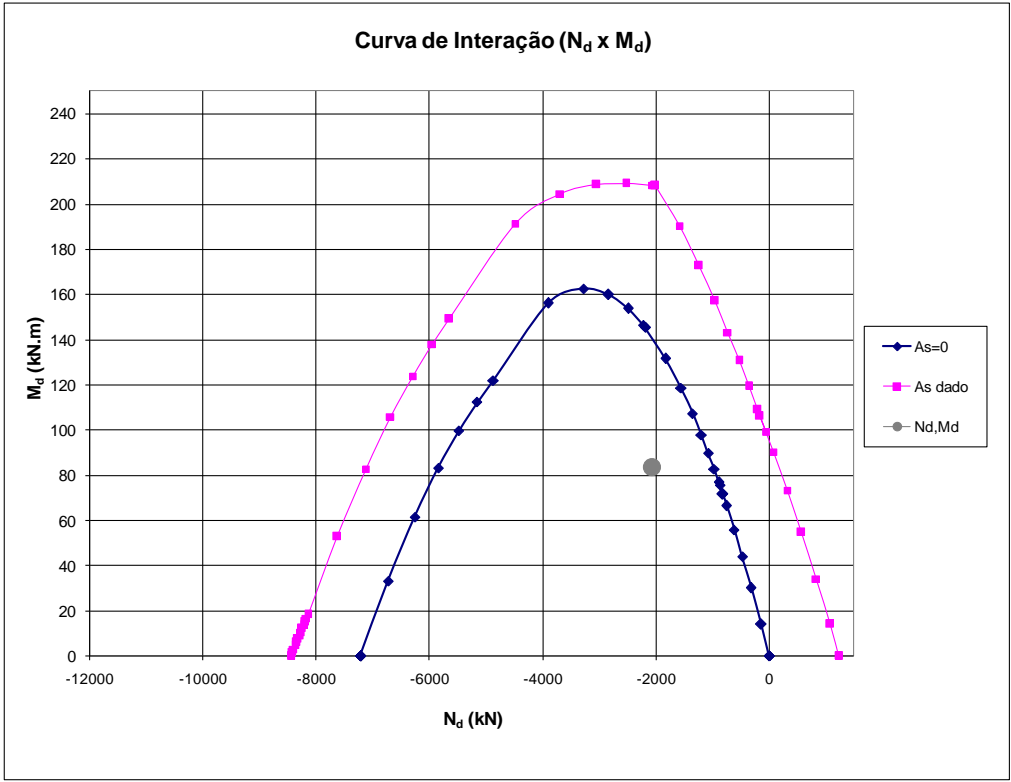


Figura 24: Curva de interação para concreto C70.

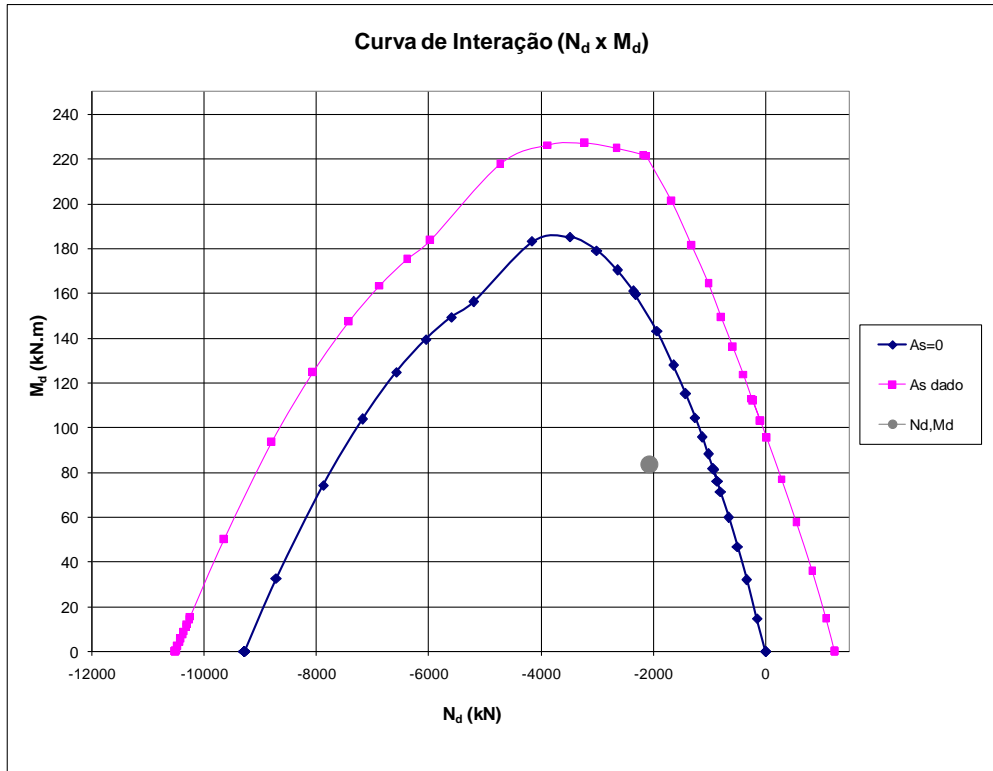


Figura 25: Curva de interação para concreto C80.

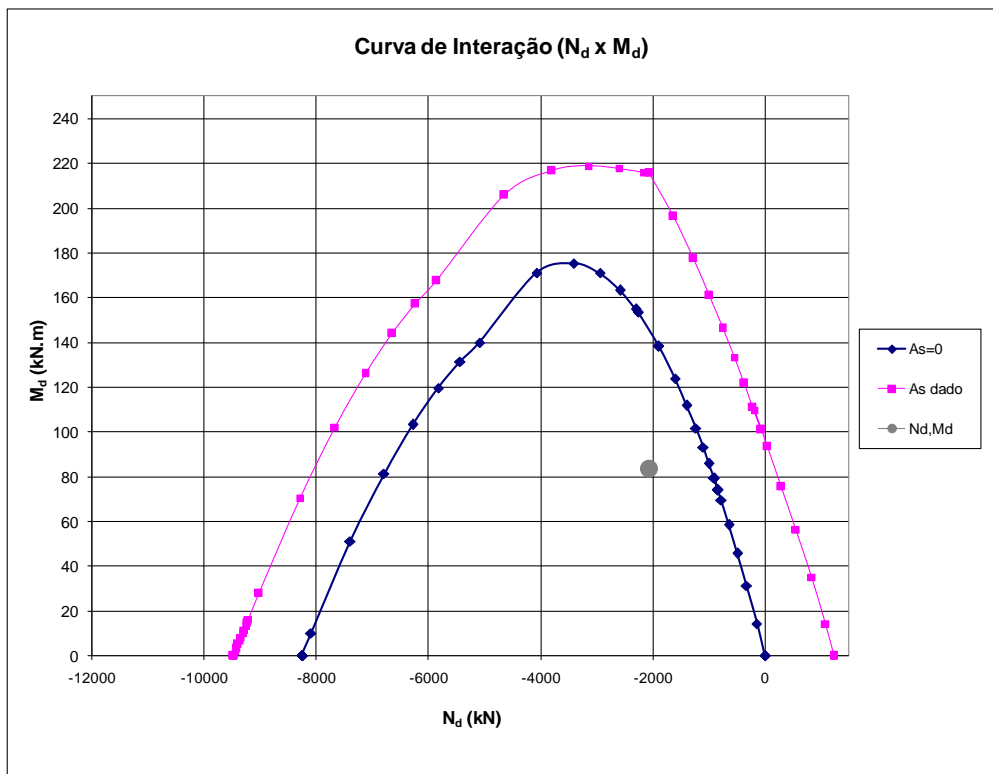


Figura 26: Curva de interação para concreto C90.

5.4.1.2 ABACOS ADIMENSIONAIS OBTIDOS UTILIZANDO A INTERPOLAÇÃO (DIAGRAMA SIMPLIFICADO)

As Figuras 27 a 37 apresentam os ábacos adimensionais para concretos de classe até C50.

5.4.1.2.1 CONCRETOS ATÉ C50

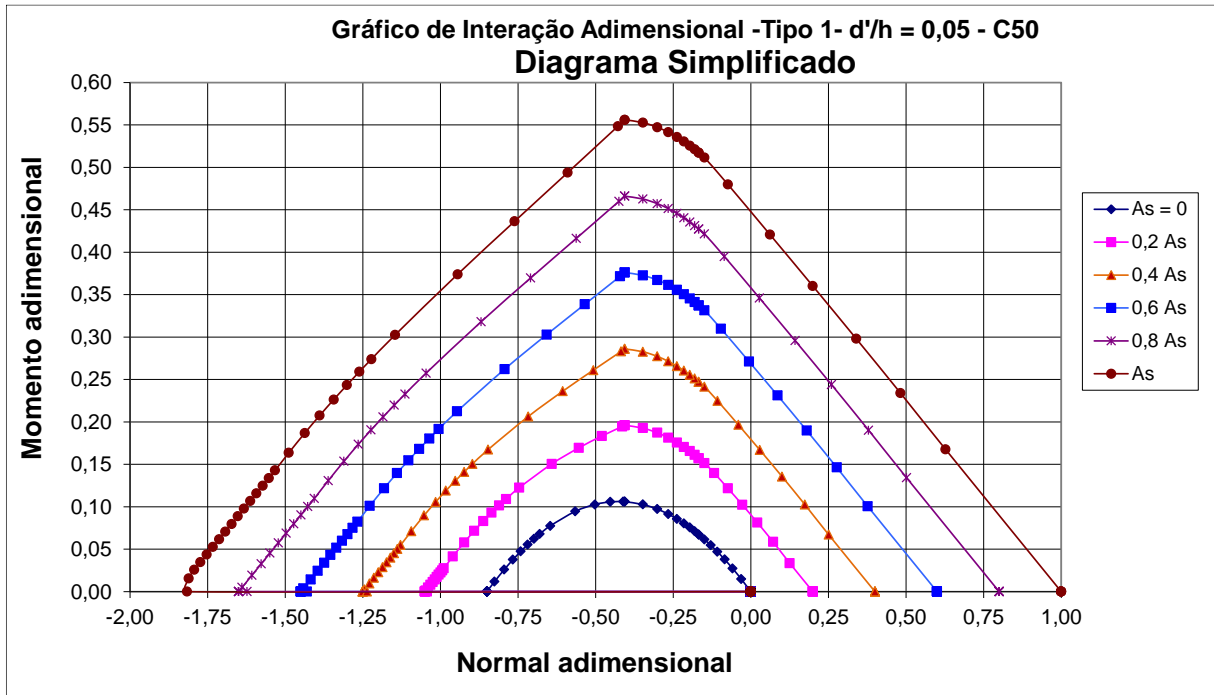


Figura 27: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C50)

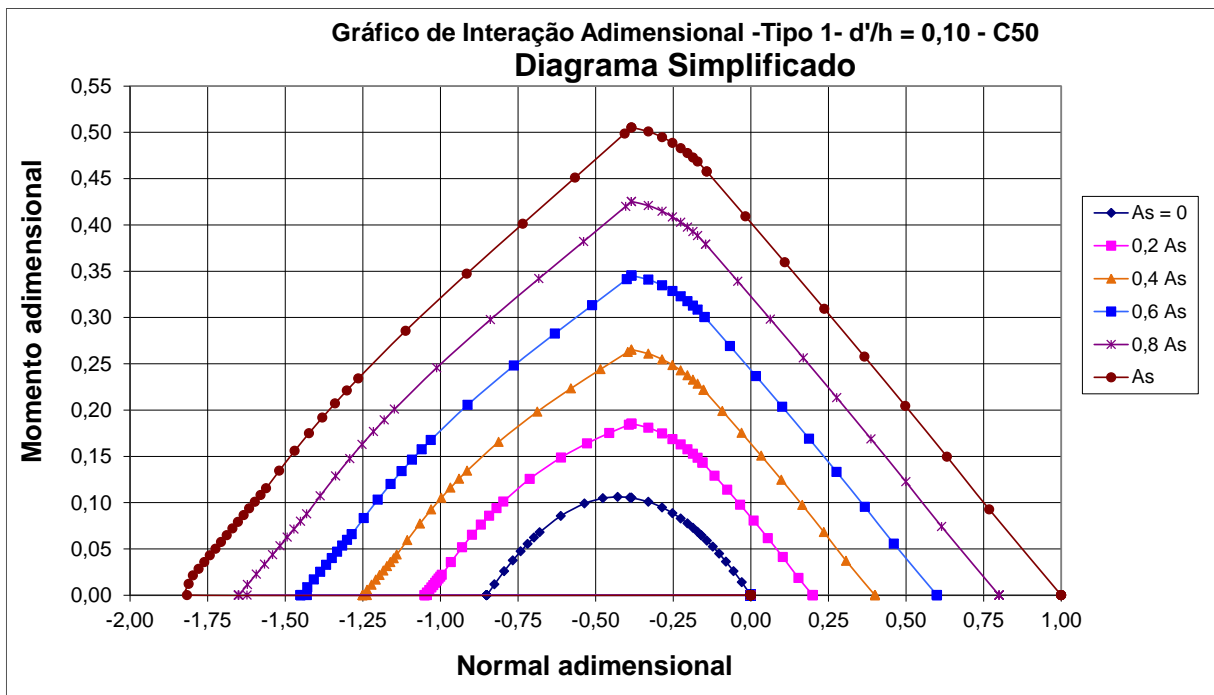


Figura 28: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C50)

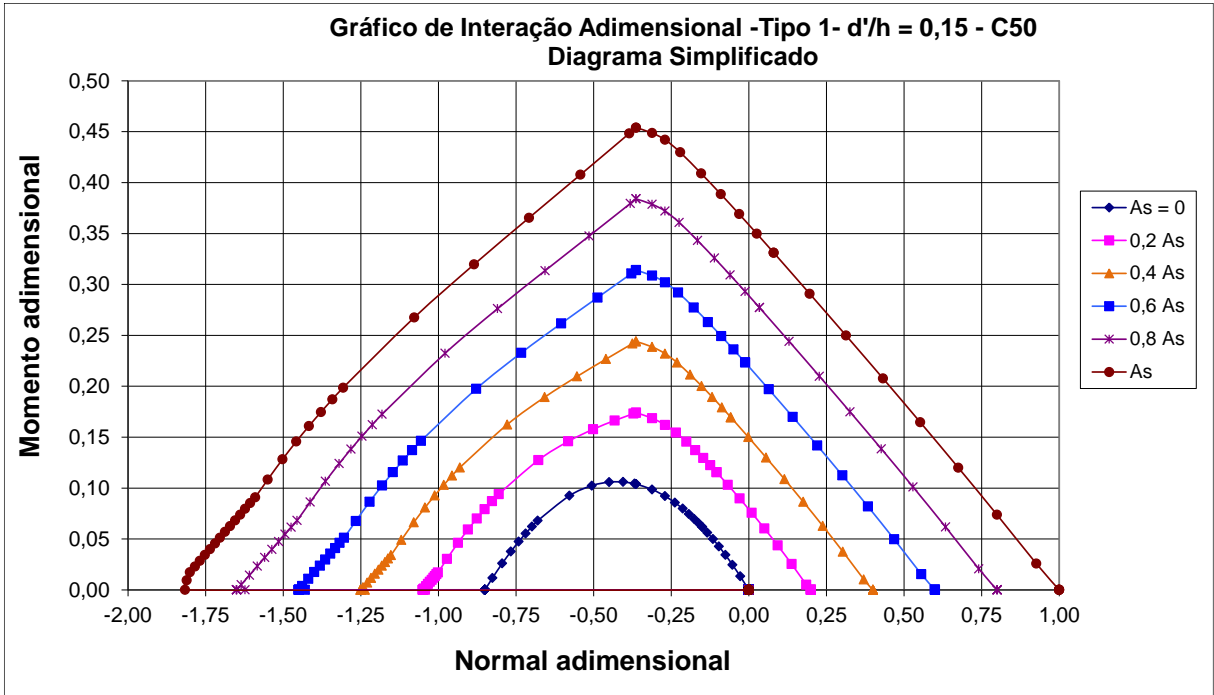


Figura 29: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C50)

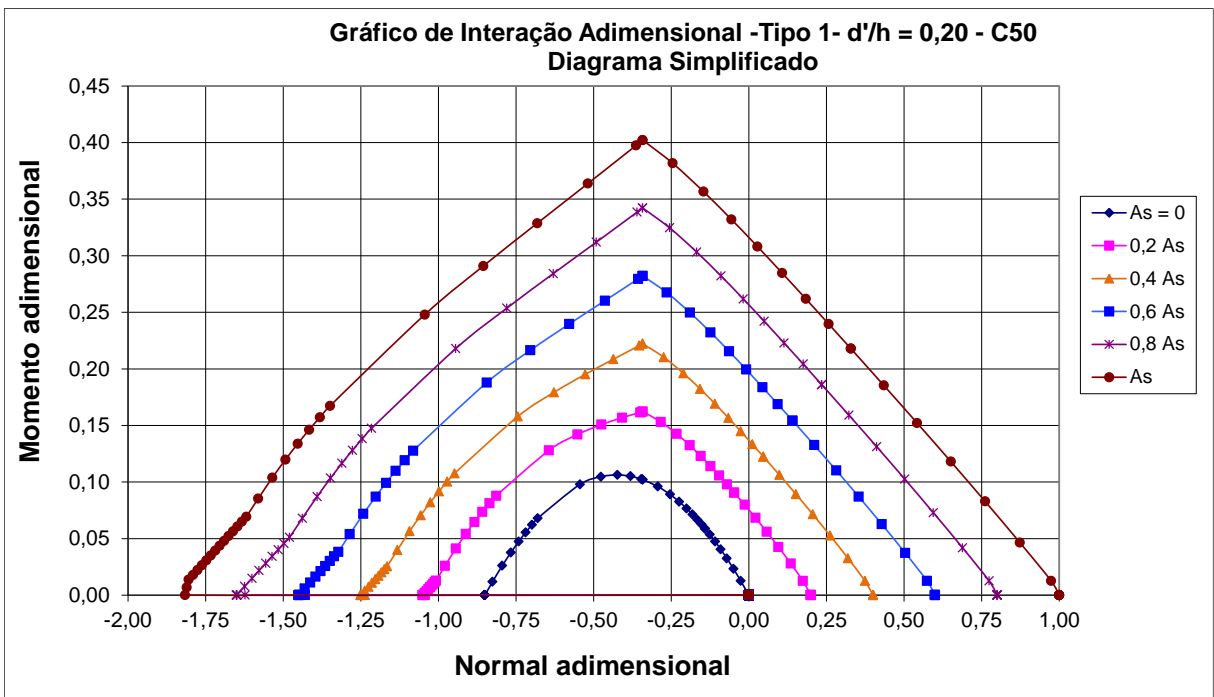


Figura 30: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C50)

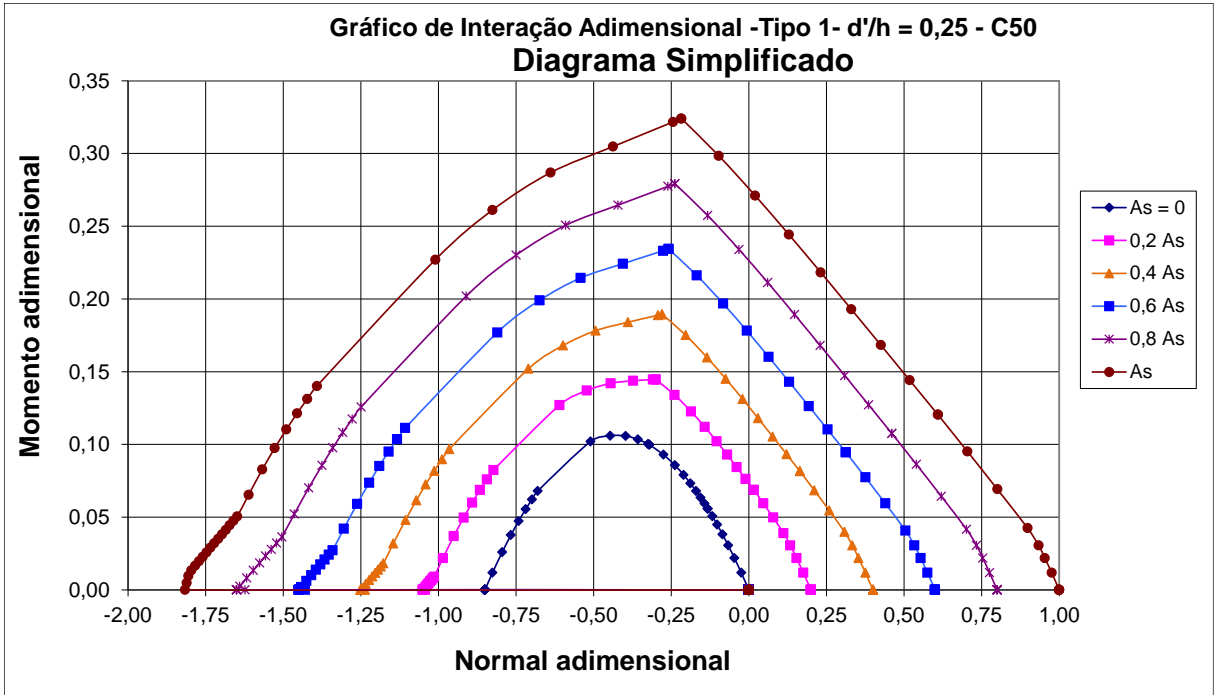


Figura 31: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C50)

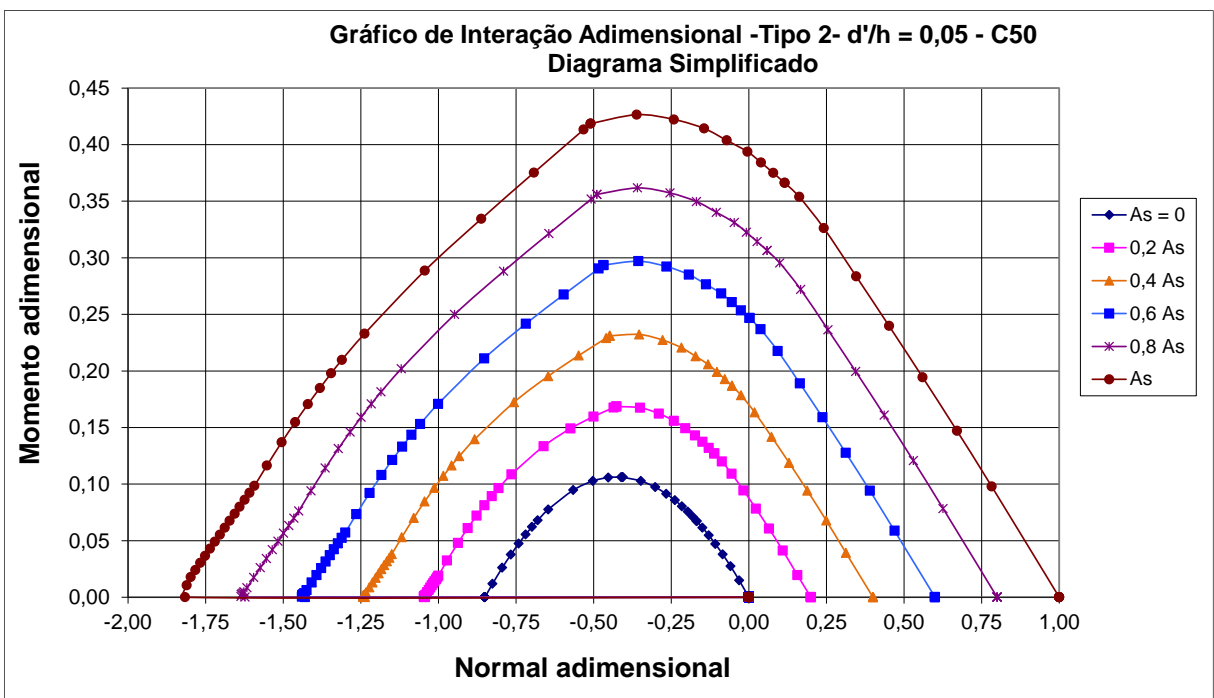


Figura 32: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C50)

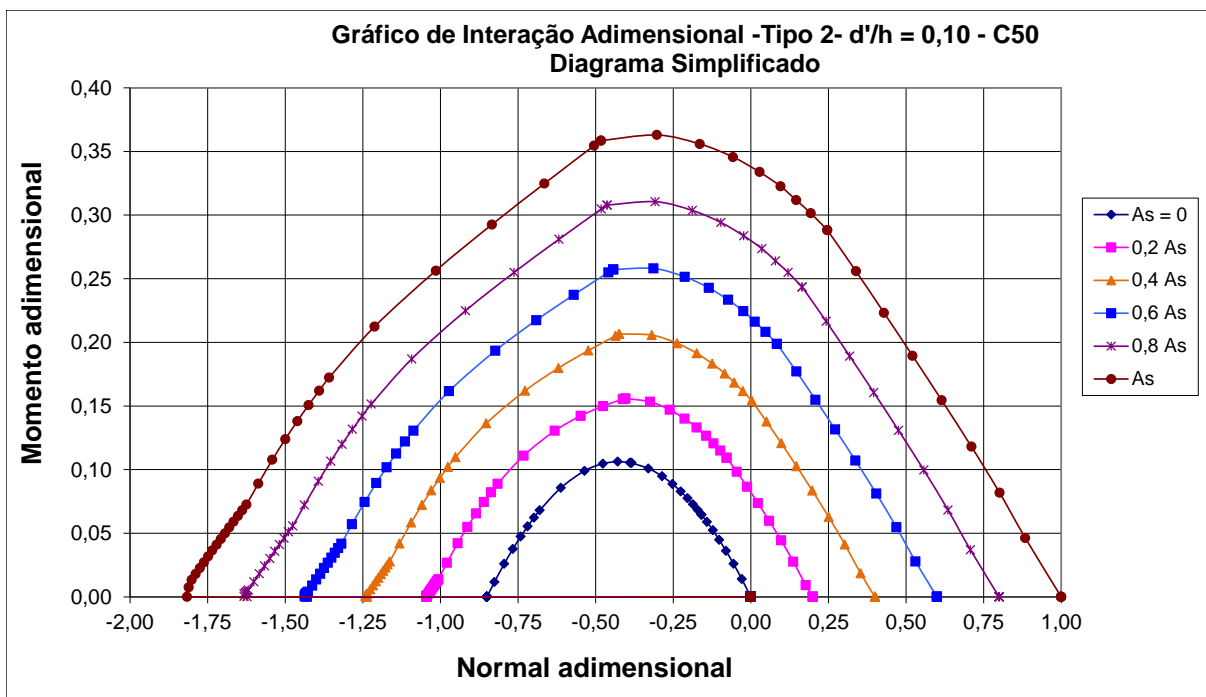


Figura 33: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C50)

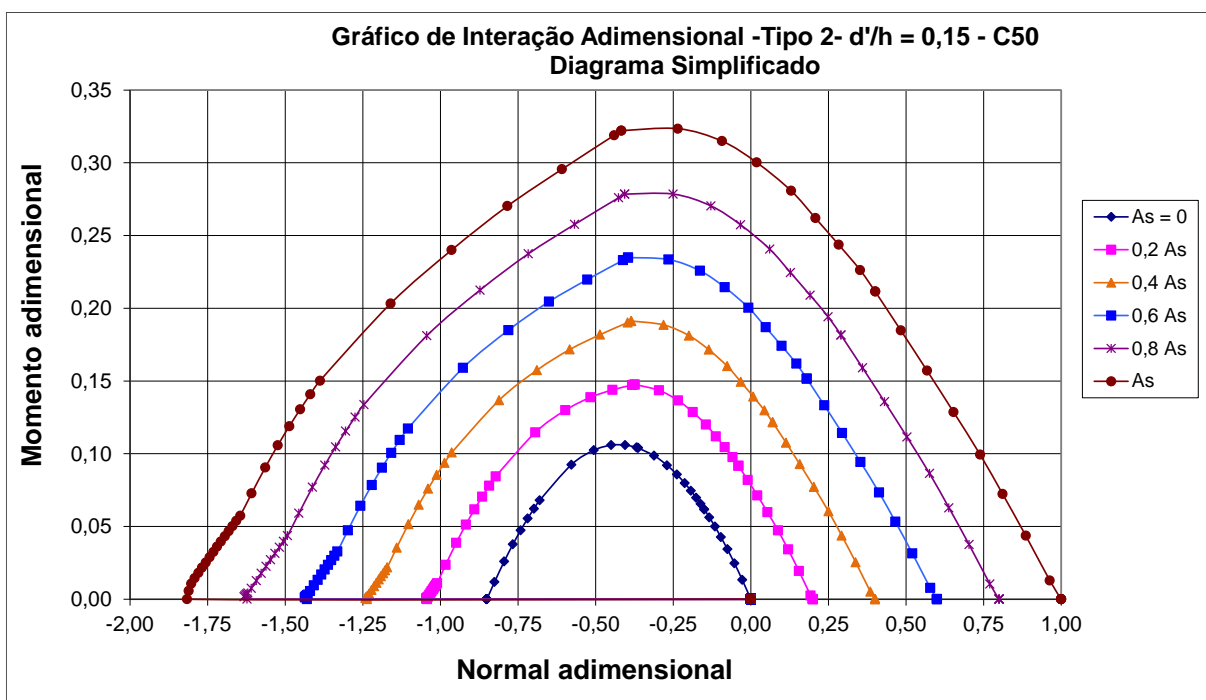


Figura 34: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C50)

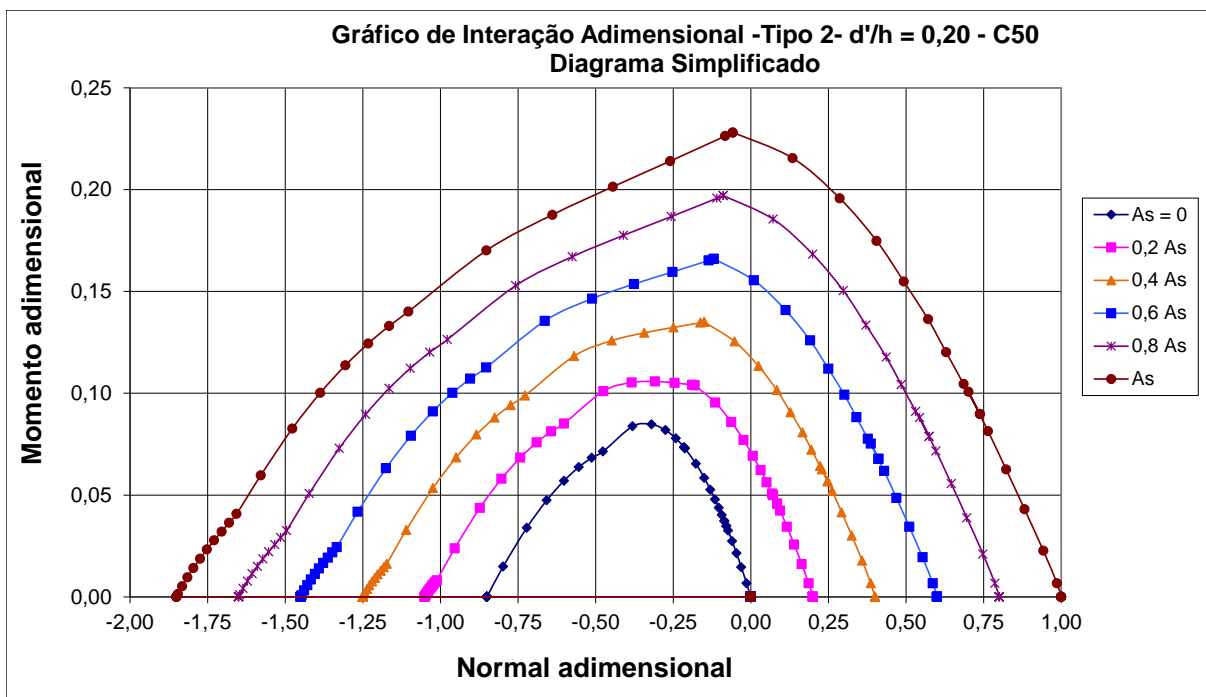


Figura 35: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C50)

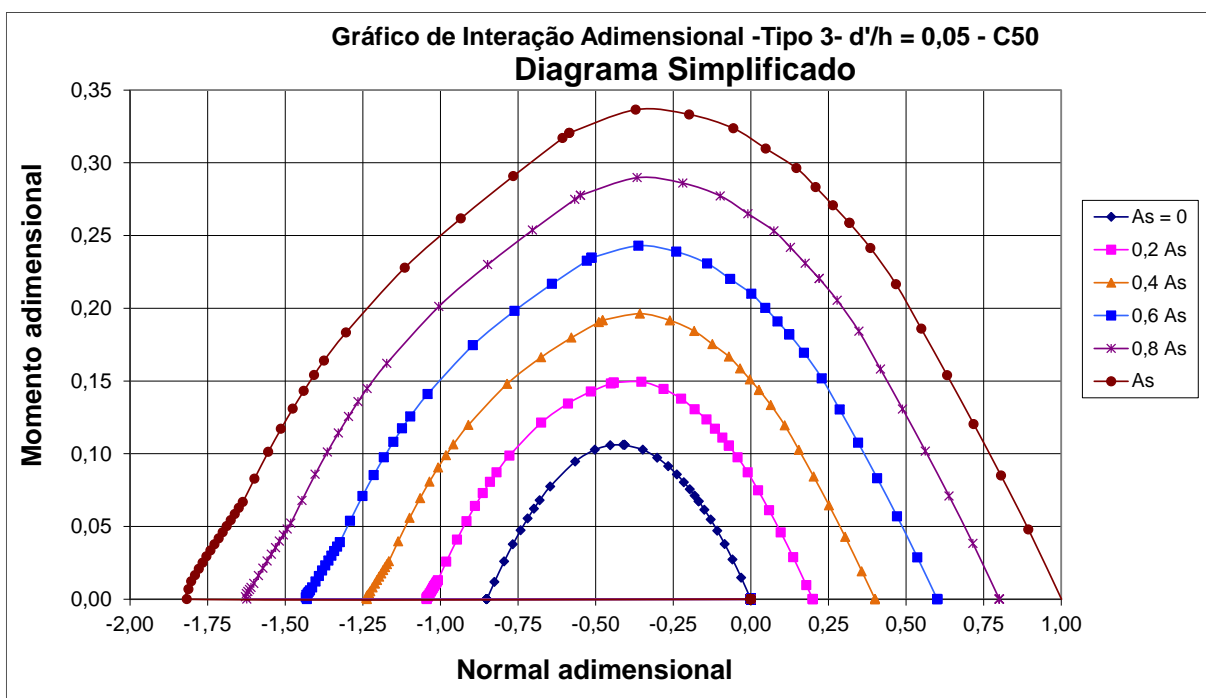


Figura 36: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C50)

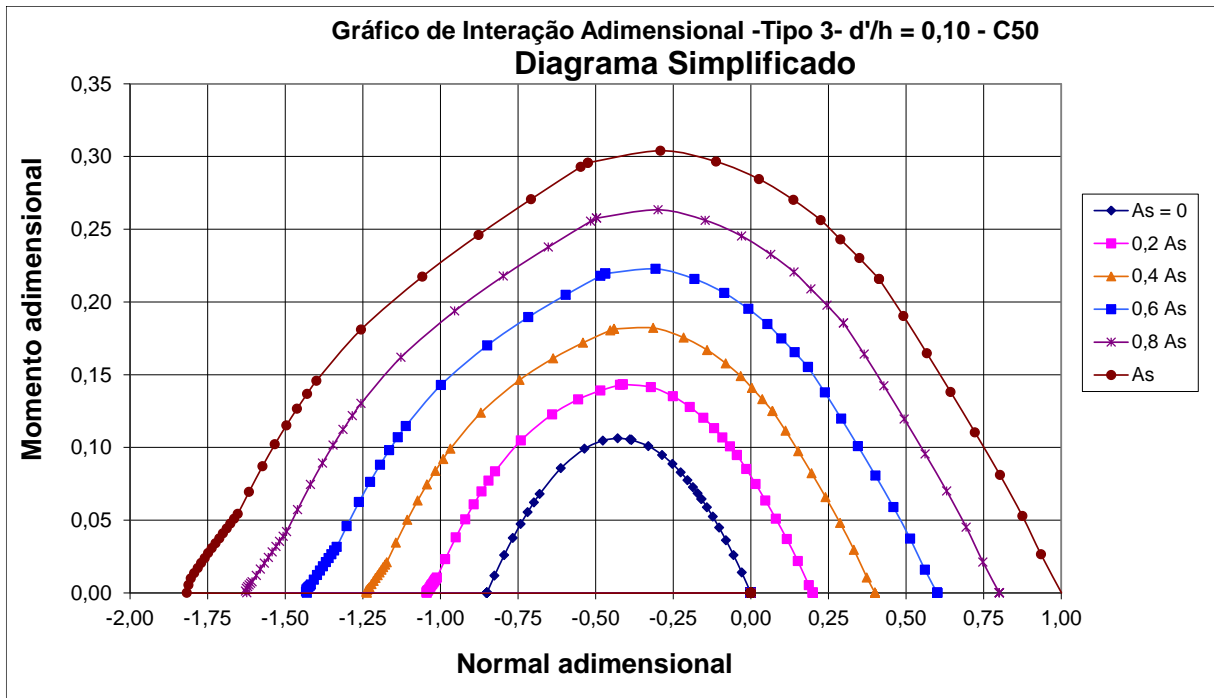


Figura 37: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C50)

5.4.1.2.2 CONCRETO C90

As Figuras 38 a 48 apresentam ábacos adimensionais para concreto C90.

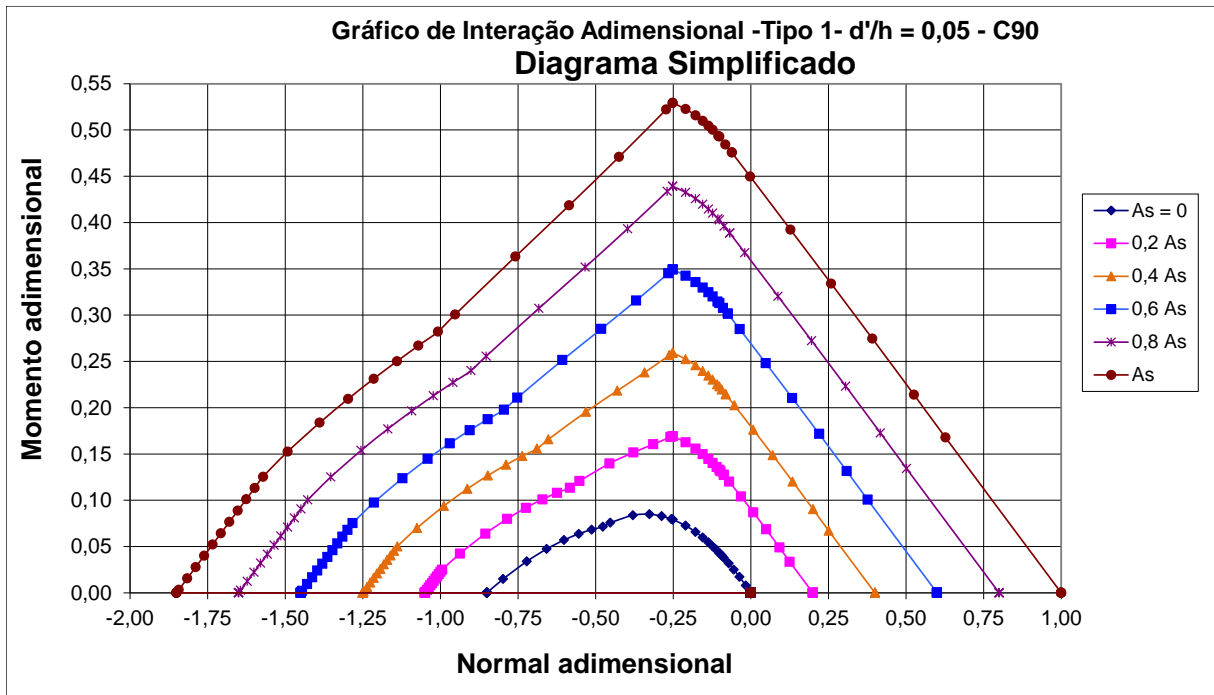


Figura 38: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C90)

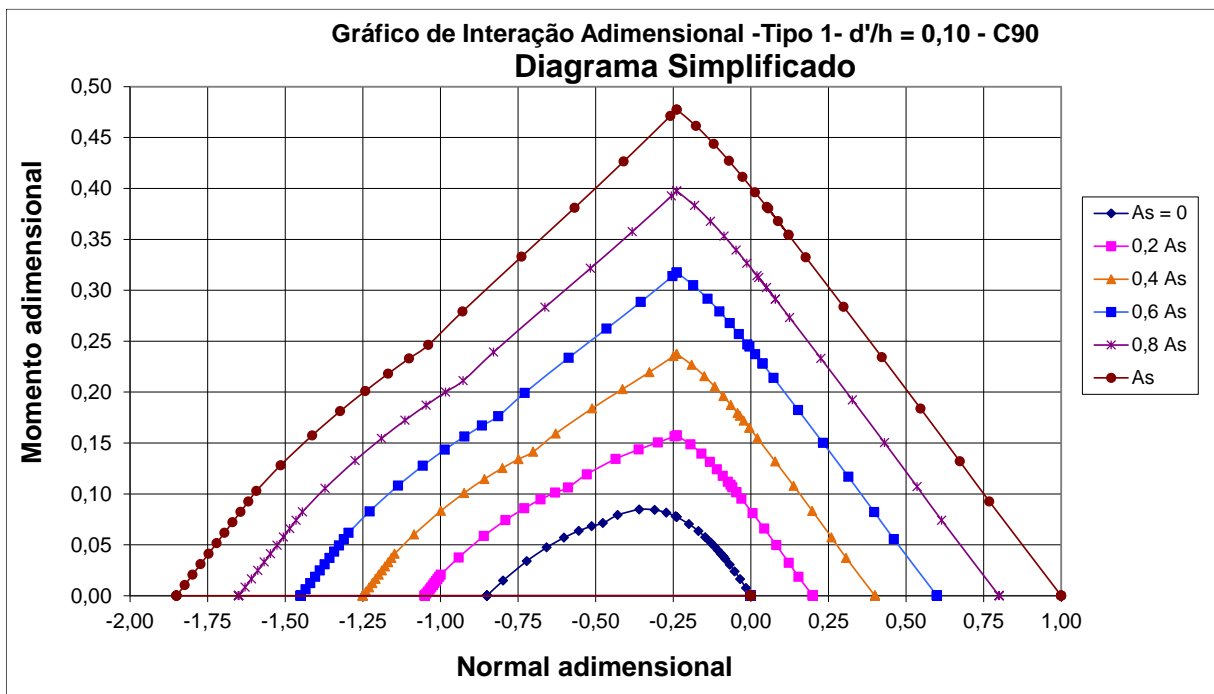


Figura 39: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C90)

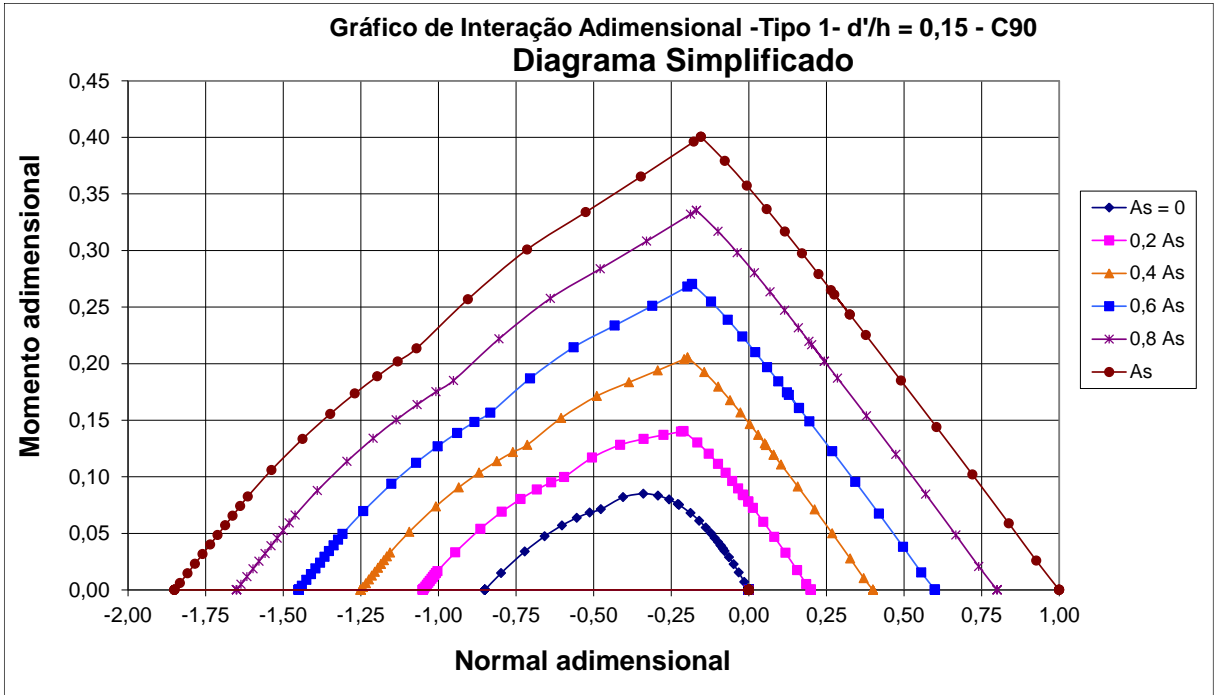


Figura 40: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C90)

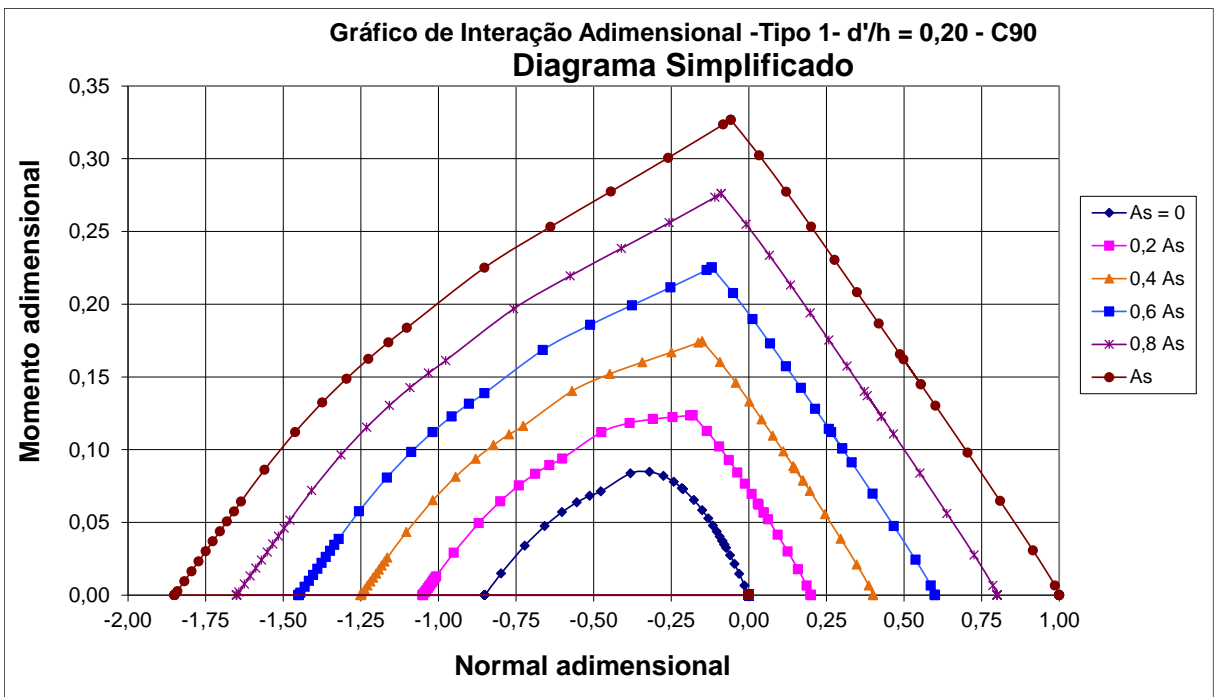


Figura 41: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C90)

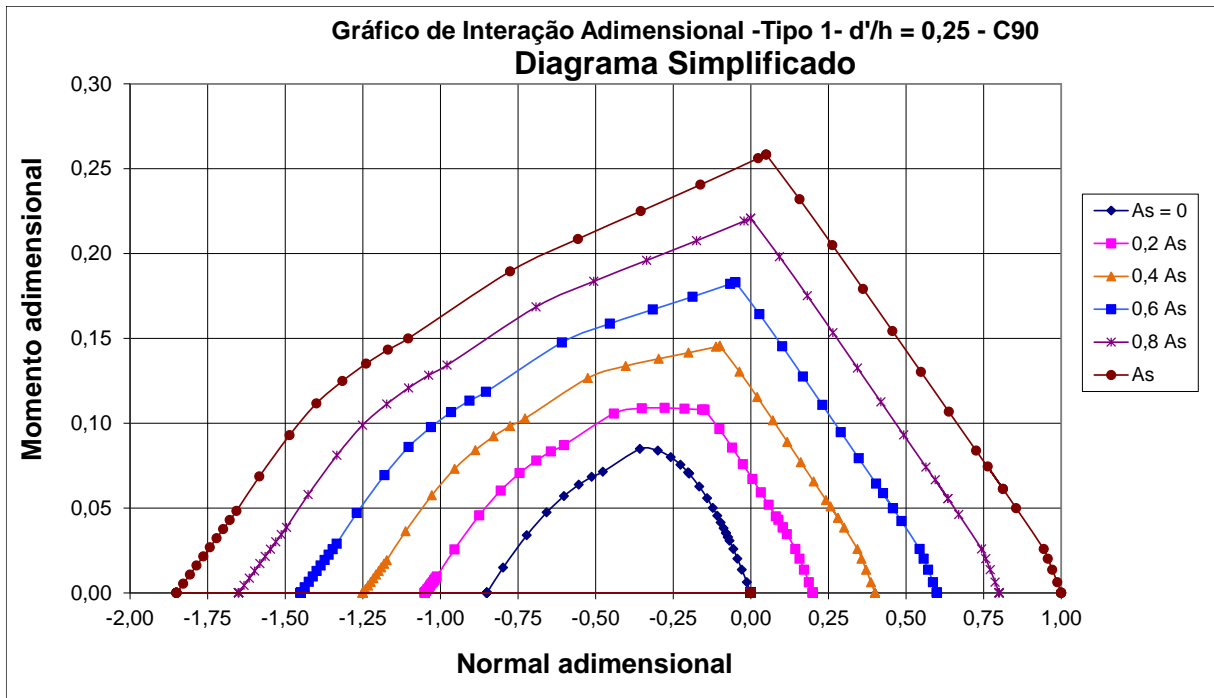


Figura 42: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C90)

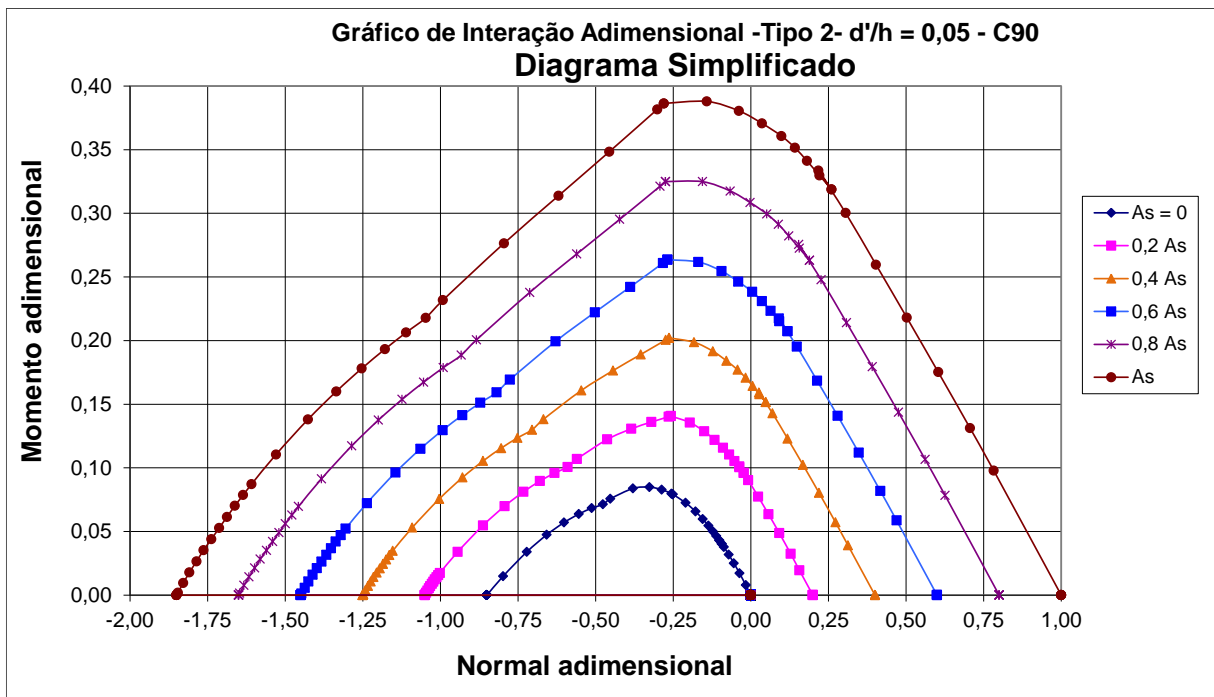


Figura 43: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C90)

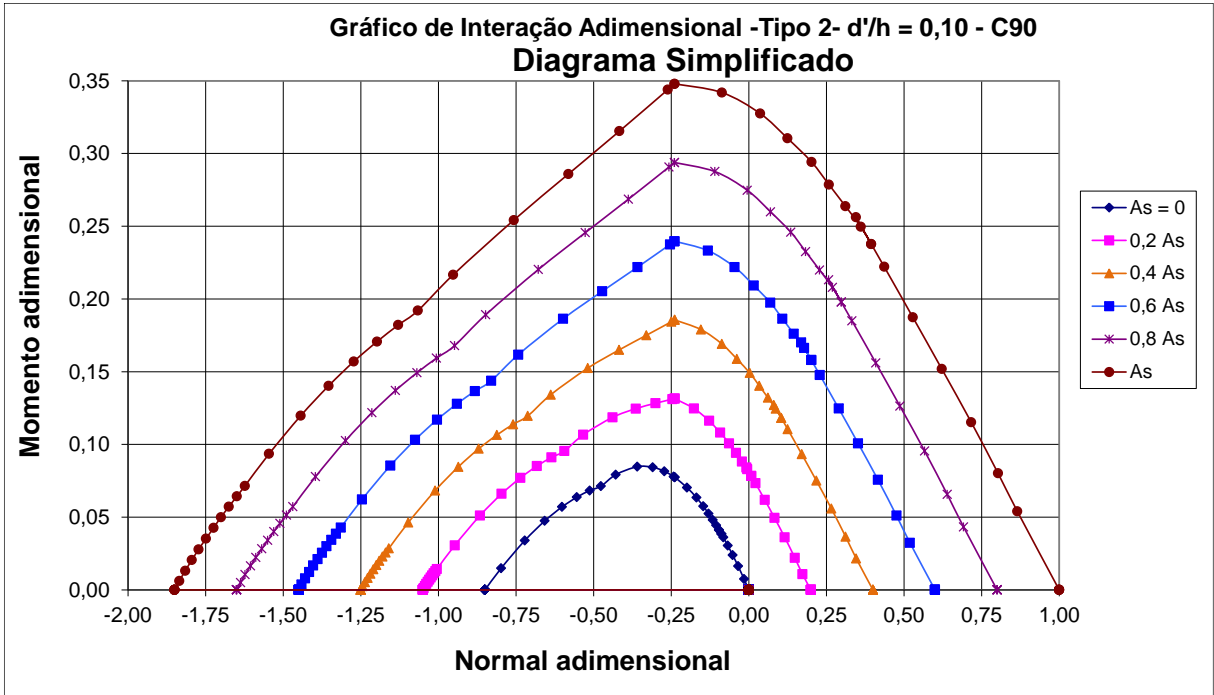


Figura 44: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C90)

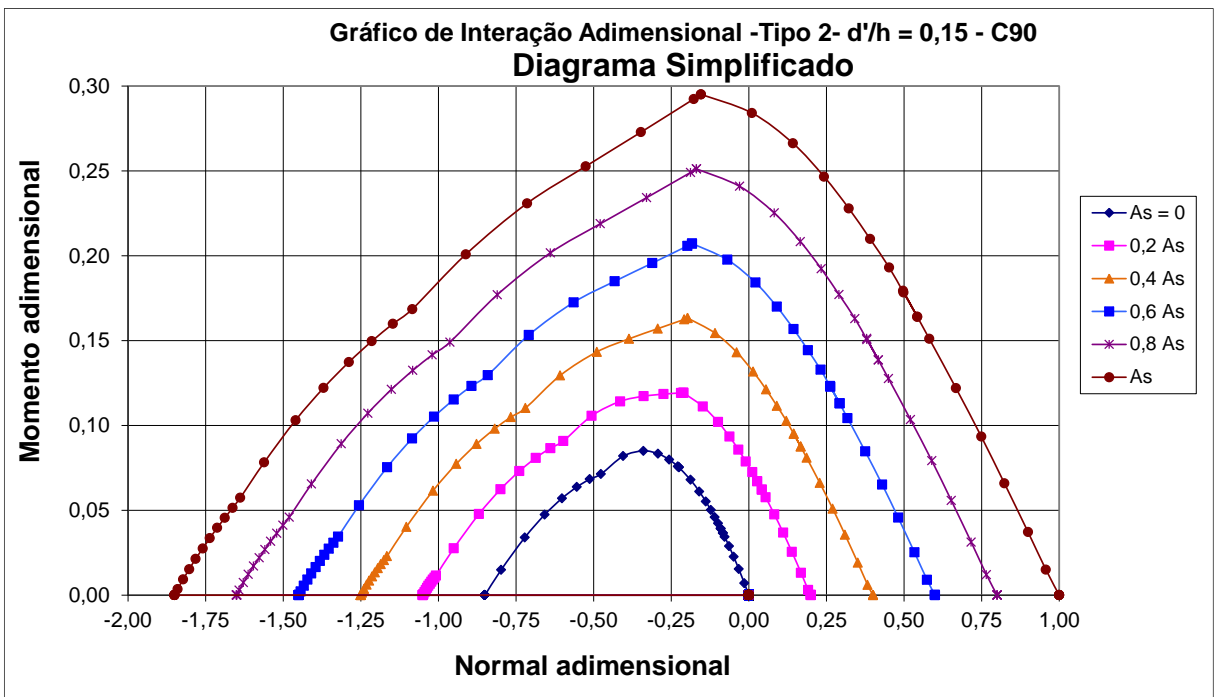


Figura 45: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C90)

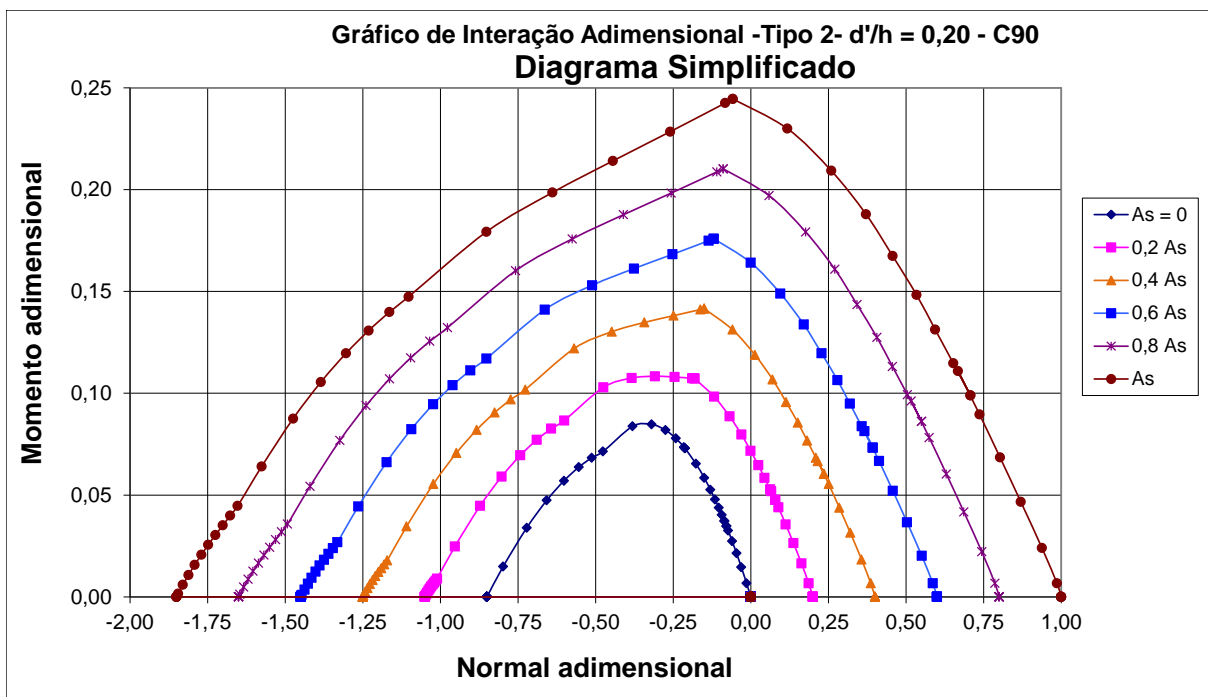


Figura 46: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C90)

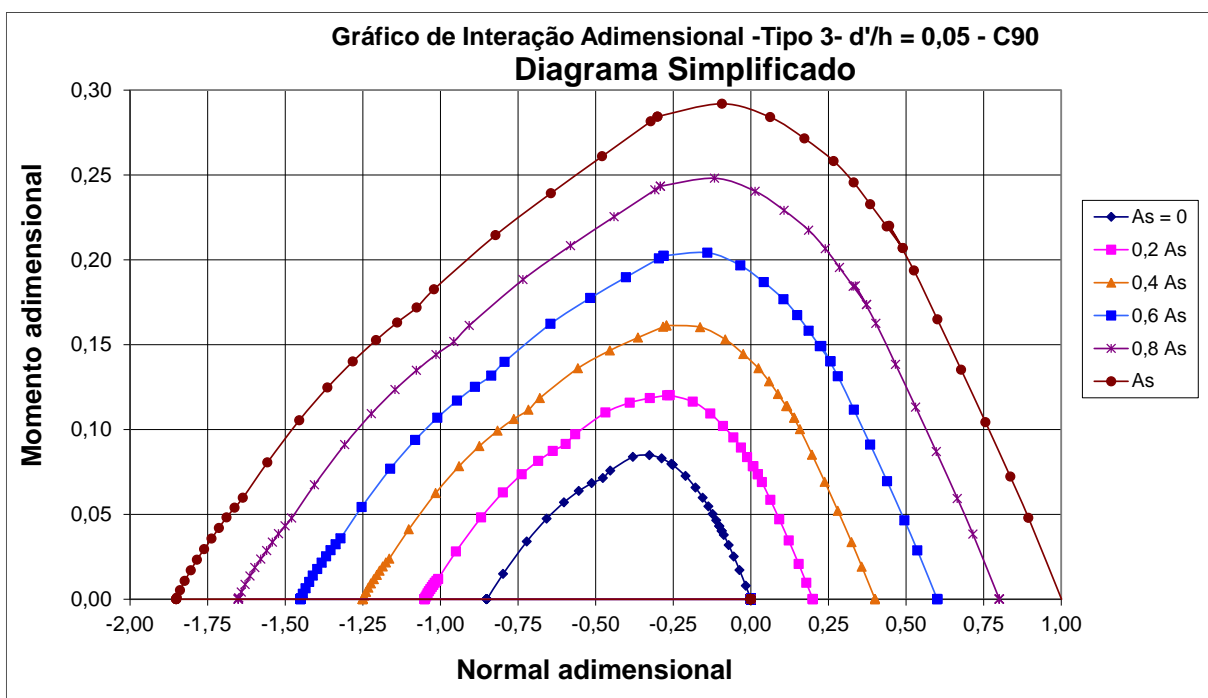


Figura 47: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C90)

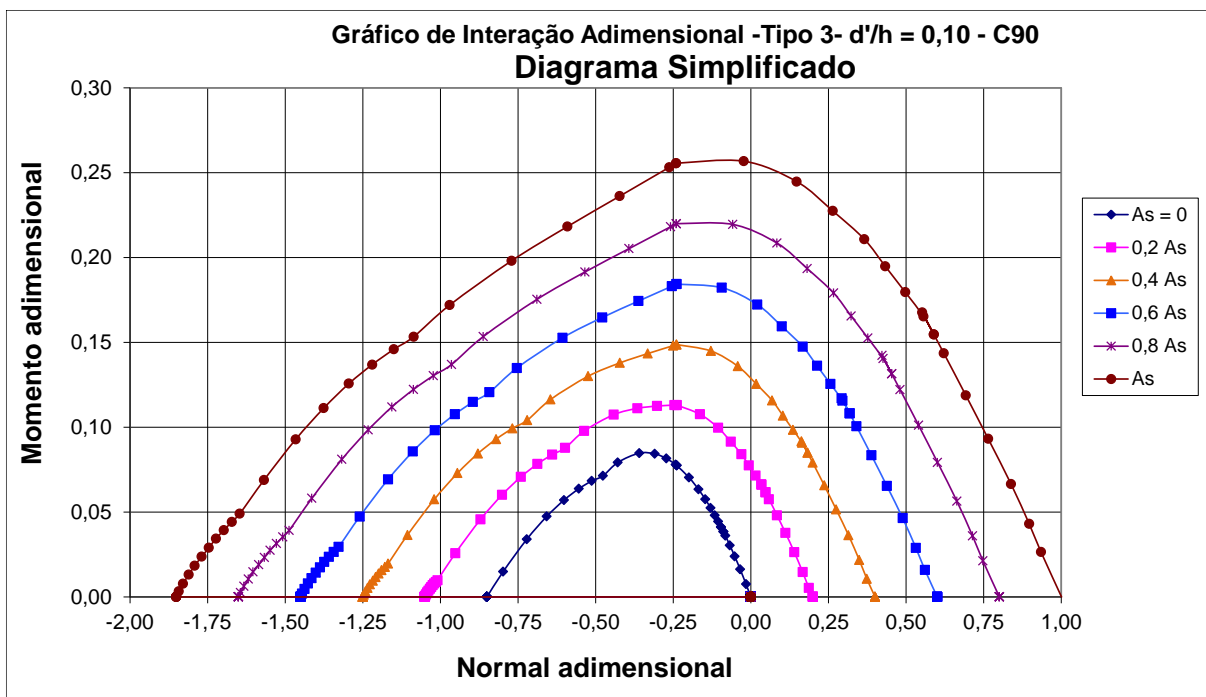


Figura 48: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C90)

5.4.2 SOLUÇÃO ATRAVÉS DO DIAGRAMA REAL DE TENSÃO NO CONCRETO (PARÁBOLA-RETÂNGULO)

A fim de comparar e validar o uso do método de interpolação proposto no item 5.4.1, foi criada uma planilha eletrônica que considera o diagrama de tensão no concreto como sendo o diagrama parábola-retângulo exposto na Figura 1, ou seja, uma solução adequada à realidade, já que o diagrama de tensão x deformação do concreto é não linear, como explicitado no item 2.2.1.

As formulações para a implementação deste método na planilha, bem como os resultados obtidos, serão apresentados ao longo desta seção.

5.4.2.1 FORMULAÇÕES

5.4.2.1.1 DOMÍNIOS 1 A 4

A Figura 49 apresenta as definições de parâmetros utilizados nas formulações.

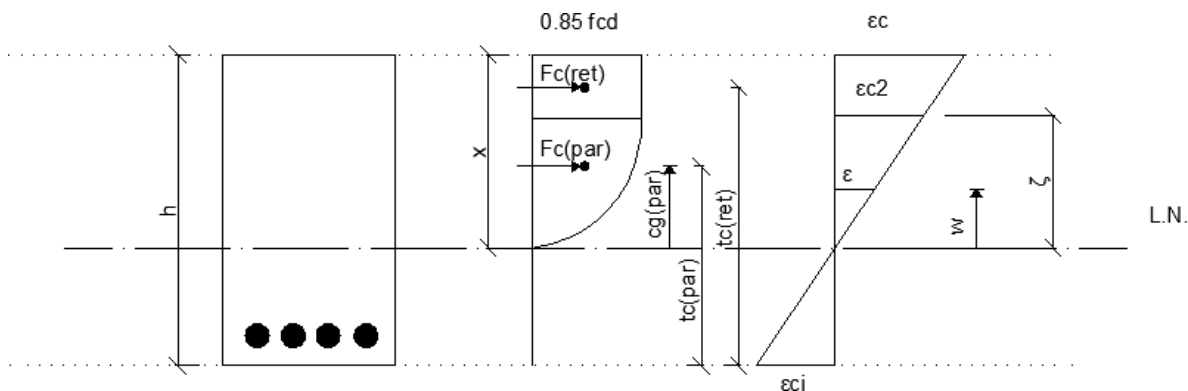


Figura 49: Definição de parâmetros utilizados nas formulações dos esforços resistidos pelo concreto

Da Figura 49, tem-se que:

$cg(par)$ - centro de gravidade da parte parabólica do diagrama de tensão x deformação;

$tc(par)$ – distância do centro de gravidade da parábola à face inferior da seção;

$tc(ret)$ – distância do centro de gravidade da parte retangular do diagrama tensão x deformação à face inferior da seção;

tc – distância do centro de gravidade do diagrama tensão x deformação à face inferior da seção.

ϵ – deformação genérica;

w – posição de uma deformação genérica ϵ medida a partir da linha neutra;

ζ – posição da deformação ϵ_{c2} medida a partir da linha neutra;

x - posição da linha neutra ;

$F_c(par)$ – Força do concreto exercida pela região parabólica;

$F_c(ret)$ – Força do concreto exercida pela região retangular;

b – largura da seção.

Por geometria, chega-se a:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_c} \cdot x \quad (5.10)$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{c2}}{\zeta} \cdot w \quad (5.11)$$

Integrando-se a parcela parabólica de 0 a ζ em termos de w e multiplicando por b , sendo b a largura da seção, obtém-se $F_{c(par)}$:

$$F_{c(par)} = b \int_0^\zeta \sigma_c dw = \left[\frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot (\zeta + \zeta \cdot n)}{n + 1} - \frac{0,85 \cdot \zeta \cdot f_{cd}}{n + 1} \right] \cdot b \quad (5.12)$$

A parcela retangular $F_{c(ret)}$ é dada por:

$$F_{c(ret)} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (x - \zeta) \cdot b \quad (5.13)$$

Somando-se as duas parcelas, obtém-se a força total do concreto:

$$F_c = F_{c(par)} + F_{c(ret)} \quad (5.14)$$

Para se obter o valor do centro de gravidade da parábola, deve-se fazer uma integral do somatório dos momentos de área e dividir por $F_{c(par)}$, multiplicando-se por b para compatibilizar as unidades:

$$cg_{(par)} = \frac{b}{F_{c(par)}} \cdot \int_0^\zeta \sigma_c \cdot w dw$$

$$cg_{(par)} = \frac{b}{F_{c(par)}} \cdot \left[0,425 \cdot \zeta^2 \cdot f_{cd} + 0,85 \cdot \zeta \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{\zeta}{n + 2} - \frac{1}{\frac{n}{\zeta} + \frac{1}{\zeta}} \right) \right] \quad (5.15)$$

$$t_{c(par)} = cg_{(par)} + h - x \quad (5.16)$$

$$t_{c(ret)} = h - \frac{x - \zeta}{2} \quad (5.17)$$

$$t_c = \frac{t_{c(par)} \cdot F_{c(par)} + t_{c(ret)} \cdot F_{c(ret)}}{F_c} \quad (5.18)$$

5.4.2.1.2 DOMÍNIO 5

A Figura 50 apresenta as definições de parâmetros utilizados nas formulações do domínio 5.

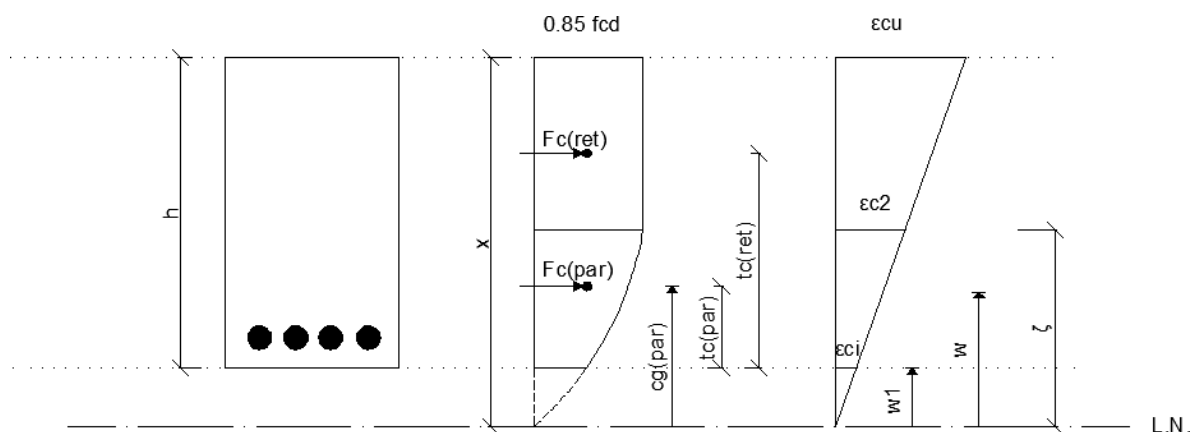


Figura 50: Definição de parâmetros utilizados nas formulações dos esforços resistidos pelo concreto (domínio 5)

Da Figura 50, tem se:

w1 – distância da linha neutra à face inferior da seção de concreto.

Os demais parâmetros são os mesmos utilizados nos domínios de 1 a 4.

Tem se:

$$w1 = x - h \quad (5.19)$$

No caso do domínio 5, para se obter a parcela da força da parábola deve-se integrar a parcela parabólica de w1 a ζ e multiplicar por b:

$$F_{c(par)} = b \int_{w1}^{\zeta} \sigma_c dw \quad (5.20)$$

$$F_{c(par)} = \left[\frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot (\zeta + \zeta \cdot n)}{n+1} - \frac{0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left(w1 + \zeta \cdot \left(\frac{\zeta - w1}{\zeta} \right)^{n+1} + n \cdot w1 \right)}{n+1} \right] \cdot b \quad (5.21)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, para se obter o centro de gravidade da região parabólica deve-se fazer a integral dos momentos de área de w1 a ζ e dividir por $F_{c(par)}$, multiplicando-se por b para compatibilizar as unidades, tal que:

$$c g_{(par)} = \frac{b}{F_{c(par)}} \cdot \int_{w1}^{\zeta} \sigma_c \cdot w \, dw =$$

$$\frac{b}{F_{c(par)}} \cdot \left[0.425 \cdot \zeta^2 \cdot fcd + (-0.425 \cdot fcd \cdot w1^2) + 0.85 \cdot fcd \cdot (\zeta - w1) \cdot \left(\frac{\zeta - w1}{n+2} - \frac{1}{\frac{n}{\zeta} + \frac{1}{\zeta}} \right) \cdot \left(\frac{\zeta - w1}{\zeta} \right)^n \right] \quad (5.22)$$

As demais formulações utilizadas no domínio 1 ao 4 permanecem iguais e podem ser utilizadas no domínio 5.

5.4.2.2 RESULTADOS OBTIDOS UTILIZANDO O DIAGRAMA REAL DE TENSÃO NO CONCRETO

5.4.2.2.1 CONCRETO C50

Para ilustrar os resultados obtidos com o diagrama real, serão empregados os seguintes dados de entrada na planilha, indicados na Tabela 8.

Tabela 8: Entradas consideradas na planilha

Seção Transversal					Concreto		Aço CA50A	
b (m)	0,85	d'(m)	0,04	fck (MPa)	50	fyk (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,2	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	35714	Es (kN/cm ²)	21000	
		d(m)	0,16	αc / 0,85	1	ε _{yd} (‰)	2,070	
Disposição das Armaduras				λ	0,8	f _{yd} (kN/cm ²)	43,48	
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	t _i (m)	Nd(kN) =	0,0	ε _{c2} (‰)	-2,00
1	7	16	14,07	0,04	Md(kN.m) =	0,0	ε _{c3} (‰)	-3,50
2	7	16	14,07	0,16			ε _{c3} (‰)	-1,75
3		12,5	0,00	0,060				
4		12,5	0,00	0,080				
5		12,5	0,00	0,100				
6		12,5	0,00	0,120				
7		12,5	0,00	0,140				
SOMA =	14		28,15					

As Tabelas 9 e 10 apresentam os cálculos do diagrama real e pares N_d e M_d nos 5 domínios, respectivamente.

Tabela 9: Cálculos do diagrama real para a dada seção

Cálculos do diagrama real											
x(m)	Fc(par)(kN)	Fc(ret)(kN)	n	ζ(m)	Fc(kN)	Somatório de	tc(par)	x-ζ	tc(ret)	tc(m)	
	0,000	0,00	2	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	2	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	2	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	2	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	2	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	2	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
0,008	131,066	0,00	2	0,008	131,07	0,7343	0,197	0,000	0,200	0,197	
0,015	250,216	0,00	2	0,015	250,22	2,6761	0,195	0,000	0,200	0,195	
0,021	359,006	0,00	2	0,021	359,01	5,5090	0,192	0,000	0,200	0,192	
0,027	458,730	0,00	2	0,027	458,73	8,9947	0,190	0,000	0,200	0,190	
0,032	440,381	165,14	2	0,026	605,52	8,2895	0,184	0,006	0,197	0,187	
0,037	423,443	317,58	2	0,025	741,03	7,6641	0,178	0,012	0,194	0,185	
0,041	407,760	458,73	2	0,024	866,49	7,1069	0,173	0,018	0,191	0,183	
0,041	407,760	458,73	2	0,024	866,49	7,1069	0,173	0,018	0,191	0,183	
0,045	440,381	495,43	2	0,026	935,81	8,2895	0,171	0,019	0,190	0,181	
0,049	478,675	538,51	2	0,028	1017,18	9,7939	0,169	0,021	0,190	0,180	
0,053	524,263	589,80	2	0,030	1114,06	11,7482	0,166	0,023	0,189	0,178	
0,059	579,449	651,88	2	0,034	1231,33	14,3517	0,162	0,025	0,187	0,175	
0,066	647,619	728,57	2	0,038	1376,19	17,9272	0,158	0,028	0,186	0,173	
0,075	733,968	825,71	2	0,043	1559,68	23,0265	0,152	0,032	0,184	0,169	
0,086	846,886	952,75	2	0,049	1799,63	30,6565	0,145	0,037	0,182	0,164	
0,101	988,218	1111,75	2	0,057	2099,96	41,7424	0,135	0,043	0,178	0,158	
0,101	988,218	1111,75	2	0,057	2099,96	41,7424	0,135	0,043	0,178	0,158	
0,102	1000,866	1125,97	2	0,058	2126,84	42,8178	0,135	0,044	0,178	0,158	
0,112	1100,952	1238,57	2	0,064	2339,52	51,8095	0,128	0,048	0,176	0,153	
0,124	1223,280	1376,19	2	0,071	2599,47	63,9624	0,120	0,053	0,173	0,148	
0,140	1376,190	1548,21	2	0,080	2924,40	80,9524	0,110	0,060	0,170	0,142	
0,160	1572,789	1769,39	2	0,091	3342,18	105,7337	0,097	0,069	0,166	0,133	w1(m)
0,200	1965,986	2211,73	2	0,114	4177,72	165,2089	0,071	0,086	0,157	0,117	0,000
0,205	2053,318	2211,73	2	0,120	4265,05	181,2910	0,070	0,086	0,157	0,115	0,005
0,211	2136,589	2211,73	2	0,126	4348,32	199,6707	0,068	0,086	0,157	0,113	0,011
0,218	2215,797	2211,73	2	0,132	4427,53	220,6463	0,067	0,086	0,157	0,112	0,018
0,225	2290,943	2211,73	2	0,140	4502,68	244,5821	0,065	0,086	0,157	0,110	0,025
0,234	2362,027	2211,73	2	0,148	4573,76	271,9281	0,064	0,086	0,157	0,109	0,034
0,243	2429,049	2211,73	2	0,157	4640,78	303,2472	0,063	0,086	0,157	0,108	0,043
0,253	2492,010	2211,73	2	0,168	4703,74	339,2518	0,062	0,086	0,157	0,107	0,053
0,265	2550,908	2211,73	2	0,180	4762,64	380,8583	0,062	0,086	0,157	0,106	0,065
0,279	2605,744	2211,73	2	0,193	4817,48	429,2649	0,061	0,086	0,157	0,105	0,079
0,295	2656,519	2211,73	2	0,210	4868,25	486,0693	0,060	0,086	0,157	0,104	0,095
0,314	2703,231	2211,73	2	0,229	4914,97	553,4500	0,060	0,086	0,157	0,104	0,114
0,337	2745,882	2211,73	2	0,251	4957,62	634,4569	0,059	0,086	0,157	0,103	0,137
0,365	2784,470	2211,73	2	0,279	4996,21	733,4958	0,059	0,086	0,157	0,102	0,165
0,400	2818,997	2211,73	2	0,314	5030,73	857,1750	0,058	0,086	0,157	0,102	0,200
0,445	2849,462	2211,73	2	0,359	5061,20	1015,8789	0,058	0,086	0,157	0,101	0,245
0,505	2875,864	2211,73	2	0,419	5087,60	1226,9153	0,058	0,086	0,157	0,101	0,305
0,589	2898,205	2211,73	2	0,503	5109,94	1521,4378	0,058	0,086	0,157	0,101	0,389
0,714	2916,484	2211,73	2	0,629	5128,22	1961,7538	0,057	0,086	0,157	0,100	0,514
0,924	2930,701	2211,73	2	0,838	5142,44	2693,2471	0,057	0,086	0,157	0,100	0,724
1,343	2940,856	2211,73	2	1,257	5152,59	4152,0693	0,057	0,086	0,157	0,100	1,143
2,600	2946,949	2211,73	2	2,514	5158,68	8518,9785	0,057	0,086	0,157	0,100	2,400
	2946,949	2211,73	2		5158,68	8518,9785	0,057	0,086	0,157	0,100	

Tabela 10: Pares N_d e M_d nos 5 domínios com e sem armadura para a referida seção

Com Armadura		Sem Armadura	
N_d (kN)	M_d (kN.m)	N_d (kN)	M_d (kN.m)
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1093	13	-131	13
879	29	-250	24
659	45	-359	33
449	60	-459	41
191	79	-606	53
-55	95	-741	63
-292	111	-866	72
-292	111	-866	72
-435	120	-936	76
-590	129	-1017	81
-761	139	-1114	87
-952	150	-1231	93
-1171	161	-1376	100
-1428	173	-1560	108
-1742	185	-1800	115
-2100	196	-2100	122
-2100	196	-2100	122
-2148	195	-2127	123
-2508	188	-2340	125
-2916	180	-2599	125
-3389	168	-2924	122
-3954	148	-3342	112
-4997	95	-4178	70
-5101	87	-4265	64
-5202	80	-4348	58
-5299	74	-4428	52
-5391	67	-4503	47
-5480	61	-4574	42
-5564	55	-4641	37
-5645	50	-4704	33
-5721	44	-4763	28
-5793	39	-4817	25
-5862	35	-4868	21
-5926	30	-4915	18
-5986	26	-4958	15
-6042	22	-4996	12
-6094	19	-5031	9
-6142	16	-5061	7
-6186	13	-5088	5
-6226	10	-5110	4
-6261	8	-5128	2
-6293	6	-5142	1
-6321	4	-5153	1
-6334	2	-5159	0
-6341	0	-5159	0

A Figura 51 mostra a curva de interação obtida e a Figura 52 ilustra a comparação entre os dois métodos.

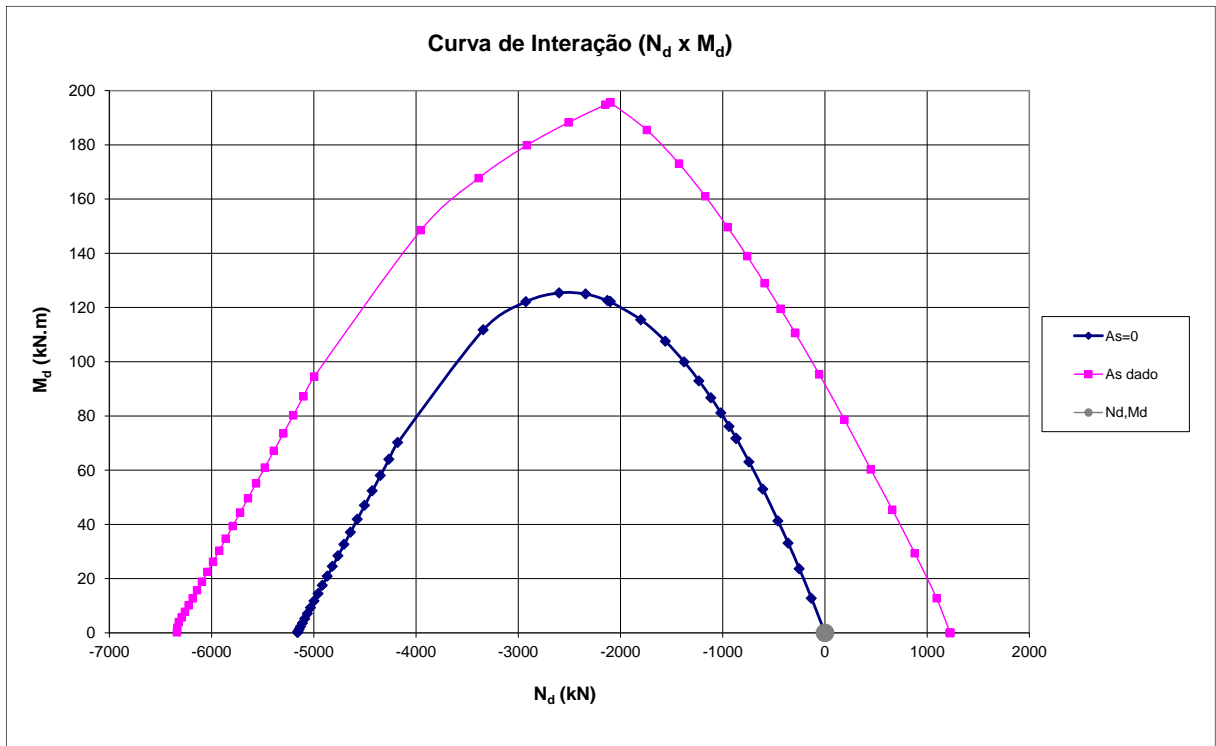


Figura 51: Curva de interação $N_d \times M_d$ para a referida seção

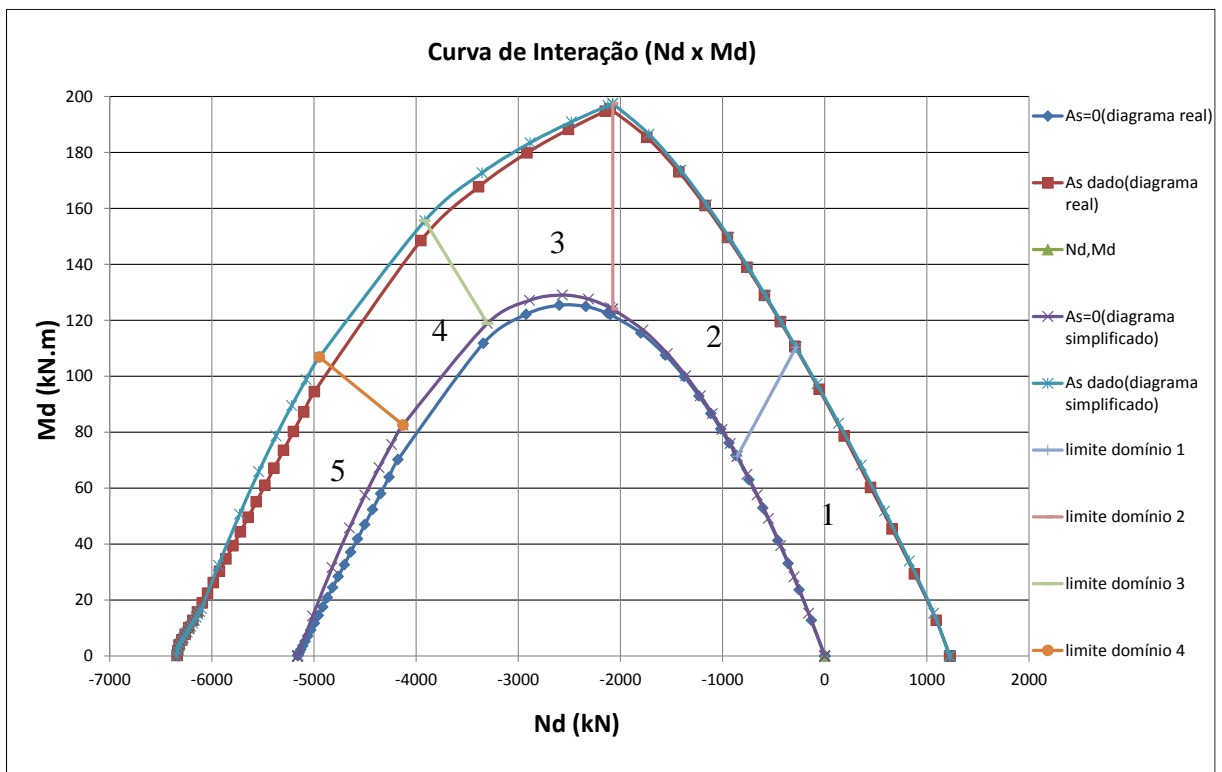


Figura 52: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C50)

Pela comparação de resultados pode-se ver que as curvas são bem próximas entre si. Nota-se que, a partir do domínio 3, a curva do diagrama real é pouco mais conservadora que a do diagrama simplificado.

5.4.2.2.2 CONCRETO C90

Para ilustrar os resultados obtidos com o diagrama real são empregados os seguintes dados de entrada indicados na Tabela 11.

Tabela 11: Entradas consideradas na planilha

Seção Transversal					Concreto		Aço CA50A	
b (m)	0,85	d'(m)	0,04	fck (MPa)	90	fyk (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,2	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	64286	Es (kN/cm ²)	21000	
Disposição das Armaduras				αc / 0,85	0,8	ε _{yd} (‰)	2,070	
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	λ	0,7	f _{yd} (kN/cm ²)	43,48	
ti (m)								
1	7	16	14,07	0,04				
2	7	16	14,07	0,16				
3		12,5	0,00	0,060				
4		12,5	0,00	0,080				
5		12,5	0,00	0,100				
6		12,5	0,00	0,120				
7		12,5	0,00	0,140				
SOMA =	14		28,15					
				Nd(kN) =	0,0	ε _{c2} (‰)	-2,60	
				Md(kN.m) =	0,0	ε _{c1} (‰)	-2,60	
						ε _{c3} (‰)	-2,30	

As Tabelas 12 e 13 apresentam os cálculos do diagrama real e pares N_d e M_d nos 5 domínios, respectivamente.

Tabela 12: Cálculos do diagrama real para a dada seção

Cálculos do diagrama real											
x(m)	Fc(par)(kN)	Fc(ret)(kN)	n	ζ (m)	Fc(kN)	Somatório de	tc(par)	x- ζ	tc(ret)	tc(m)	
	0,000	0,00	1,4	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	1,4	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	1,4	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	1,4	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	1,4	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
	0,000	0,00	1,4	0,000	0,00	0,0000	0	0,000	0,200	0,000	
0,006	155,248	0,00	1,4	0,006	155,25	0,6772	0,198	0,000	0,200	0,198	
0,011	299,761	0,00	1,4	0,011	299,76	2,5247	0,196	0,000	0,200	0,196	
0,016	434,614	0,00	1,4	0,016	434,61	5,3072	0,194	0,000	0,200	0,194	
0,021	560,746	0,00	1,4	0,021	560,75	8,8346	0,193	0,000	0,200	0,193	
0,025	678,976	0,00	1,4	0,025	678,98	12,9528	0,191	0,000	0,200	0,191	
0,029	790,023	0,00	1,4	0,029	790,02	17,5362	0,190	0,000	0,200	0,190	
0,033	894,524	0,00	1,4	0,033	894,52	22,4822	0,188	0,000	0,200	0,188	
0,033	894,524	0,00	1,4	0,033	894,52	22,4822	0,188	0,000	0,200	0,188	
0,036	971,824	-0,32	1,4	0,036	971,51	26,5357	0,187	0,000	0,200	0,187	
0,039	1063,505	-0,35	1,4	0,039	1063,16	31,7786	0,186	0,000	0,200	0,186	
0,043	1174,287	-0,38	1,4	0,043	1173,90	38,7440	0,185	0,000	0,200	0,185	
0,048	1310,832	-0,43	1,4	0,048	1310,40	48,2780	0,183	0,000	0,200	0,183	
0,055	1483,310	-0,49	1,4	0,055	1482,82	61,8186	0,181	0,000	0,200	0,181	
0,063	1708,054	-0,56	1,4	0,063	1707,49	81,9707	0,178	0,000	0,200	0,178	
0,074	2013,063	-0,66	1,4	0,074	2012,40	113,8598	0,174	0,000	0,200	0,174	
0,089	2413,748	-0,79	1,4	0,089	2412,96	163,6966	0,169	0,000	0,200	0,169	
0,089	2413,748	-0,79	1,4	0,089	2412,96	163,6966	0,169	0,000	0,200	0,169	
0,090	2450,686	-0,80	1,4	0,090	2449,88	168,7450	0,168	0,000	0,200	0,168	
0,101	2749,550	-0,90	1,4	0,101	2748,65	212,4119	0,164	0,000	0,200	0,164	
0,116	3131,432	-1,03	1,4	0,116	3130,41	275,5127	0,159	0,000	0,200	0,159	
0,134	3636,501	-1,19	1,4	0,134	3635,31	371,5551	0,153	0,000	0,200	0,153	
0,160	4335,828	-1,42	1,4	0,160	4334,41	528,2018	0,144	0,000	0,200	0,144	w1(m)
0,200	5419,785	-1,78	1,4	0,200	5418,01	825,3153	0,129	0,000	0,200	0,129	0,000
0,210	5663,879	-1,78	1,4	0,210	5662,10	905,6838	0,126	0,000	0,200	0,126	0,010
0,220	5903,366	-1,78	1,4	0,220	5901,59	997,7168	0,124	0,000	0,200	0,124	0,020
0,232	6138,109	-1,78	1,4	0,232	6136,33	1103,1206	0,121	0,000	0,200	0,121	0,032
0,244	6367,960	-1,78	1,4	0,244	6366,18	1223,9743	0,119	0,000	0,200	0,119	0,044
0,259	6592,757	-1,78	1,4	0,259	6590,98	1362,8387	0,117	0,000	0,200	0,117	0,059
0,275	6812,325	-1,78	1,4	0,275	6810,55	1522,9056	0,115	0,000	0,200	0,115	0,075
0,293	7026,468	-1,78	1,4	0,293	7024,69	1708,2069	0,113	0,000	0,200	0,113	0,093
0,314	7234,973	-1,78	1,4	0,314	7233,20	1923,9133	0,112	0,000	0,200	0,112	0,114
0,338	7437,602	-1,78	1,4	0,339	7435,83	2176,7698	0,110	0,000	0,200	0,110	0,138
0,367	7634,085	-1,78	1,4	0,367	7632,31	2475,7489	0,109	0,000	0,200	0,109	0,167
0,400	7824,122	-1,78	1,4	0,400	7822,35	2833,0588	0,108	0,000	0,200	0,108	0,200
0,440	8007,364	-1,78	1,4	0,440	8005,59	3265,7557	0,107	0,000	0,200	0,107	0,240
0,489	8183,413	-1,78	1,4	0,489	8181,64	3798,4284	0,106	0,000	0,200	0,106	0,289
0,550	8351,795	-1,78	1,4	0,550	8350,02	4467,8931	0,105	0,000	0,200	0,105	0,350
0,629	8511,949	-1,78	1,4	0,629	8510,17	5331,9061	0,104	0,000	0,200	0,104	0,429
0,733	8663,185	-1,78	1,4	0,733	8661,41	6486,5772	0,103	0,000	0,200	0,103	0,533
0,880	8804,631	-1,78	1,4	0,880	8802,86	8104,6561	0,102	0,000	0,200	0,102	0,680
1,100	8935,146	-1,78	1,4	1,100	8933,37	10531,1898	0,102	0,000	0,200	0,102	0,900
1,467	9053,140	-1,78	1,4	1,467	9051,37	14570,3386	0,101	0,000	0,200	0,101	1,267
2,200	9156,194	-1,78	1,4	2,200	9154,42	22632,0430	0,101	0,000	0,200	0,101	2,000
4,401	9239,956	-1,78	1,4	4,401	9238,18	46754,7147	0,100	0,000	0,200	0,100	4,201
	9239,956	-1,78	1,4		9238,18	46754,7147	0,100	0,000	0,200	0,100	

Tabela 13: Pares N_d e M_d nos 5 domínios com e sem armadura para a referida seção

Com Armadura		Sem Armadura	
N_d (kN)	M_d (kN.m)	N_d (kN)	M_d (kN.m)
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1224	0	0	0
1069	15	-155	15
886	31	-300	29
669	48	-435	41
461	64	-561	52
260	79	-679	62
67	93	-790	71
-120	106	-895	79
-120	106	-895	79
-271	116	-972	85
-436	127	-1063	92
-621	140	-1174	99
-831	153	-1310	109
-1078	169	-1483	120
-1376	186	-1707	133
-1755	206	-2012	148
-2224	228	-2413	165
-2224	228	-2413	165
-2287	228	-2450	167
-2771	231	-2749	176
-3337	233	-3130	185
-4027	233	-3635	191
-4911	223	-4334	189
-6184	187	-5418	159
-6456	175	-5662	149
-6723	164	-5902	139
-6986	152	-6136	130
-7244	141	-6366	120
-7496	130	-6591	111
-7744	119	-6811	102
-7986	109	-7025	93
-8222	99	-7233	85
-8453	89	-7436	76
-8677	79	-7632	68
-8895	69	-7822	60
-9107	60	-8006	53
-9311	51	-8182	46
-9507	43	-8350	39
-9695	34	-8510	32
-9874	27	-8661	26
-10027	20	-8803	20
-10157	15	-8933	15
-10275	10	-9051	10
-10378	6	-9154	6
-10462	2	-9238	2
-10462	2	-9238	2

A Figura 53 mostra a curva de interação obtida e a Figura 54 ilustra a comparação entre os dois métodos.

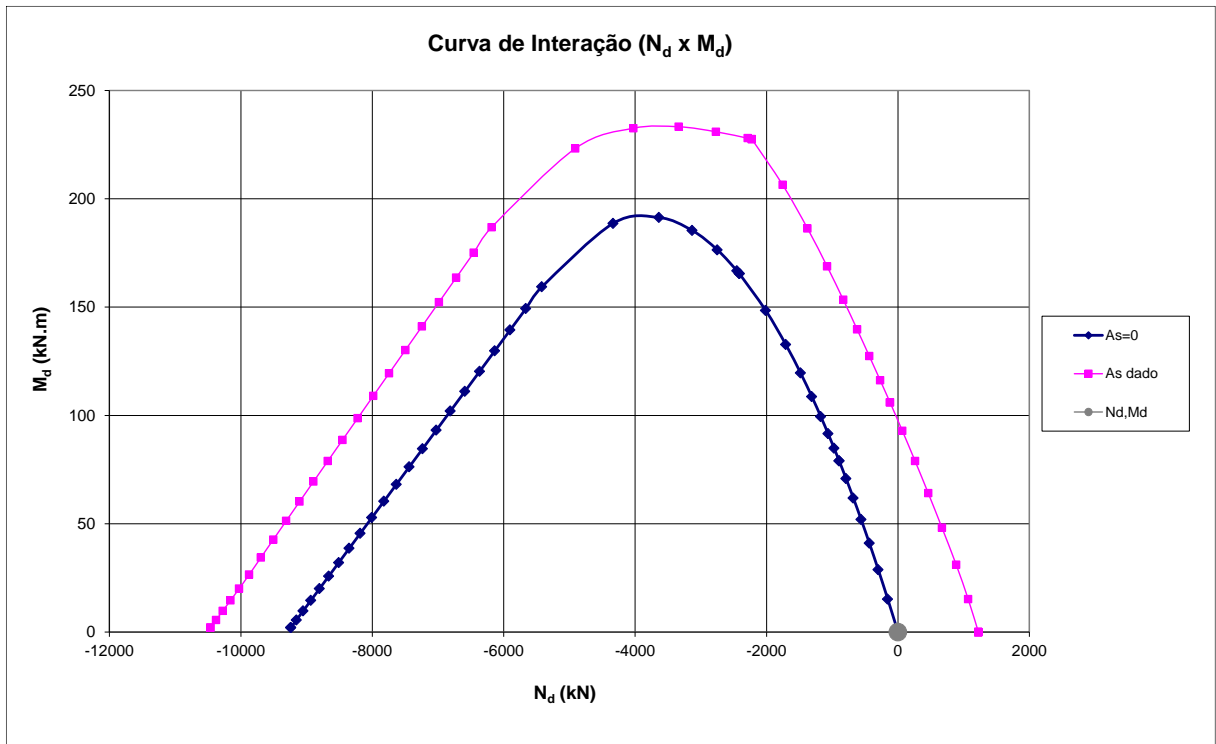


Figura 53: Curva de interação N_d x M_d para a referida seção

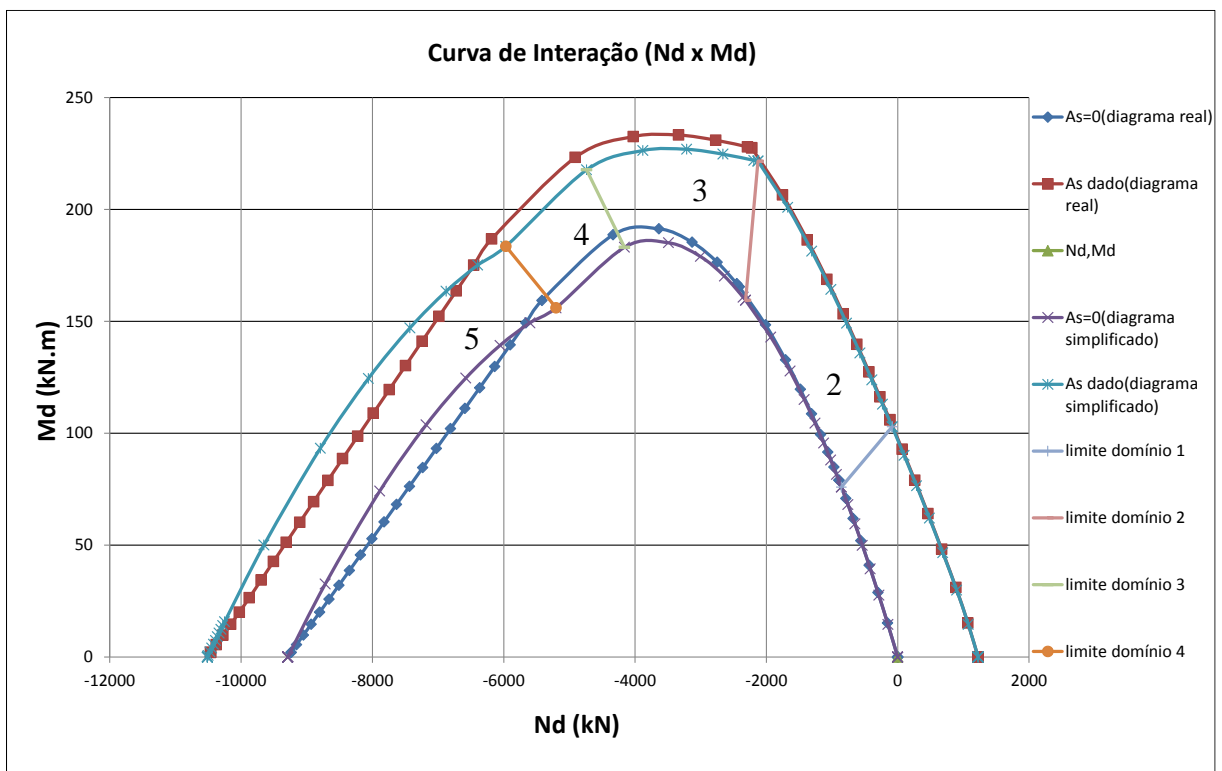


Figura 54: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C90)

Os resultados dos dois métodos para o C90 são próximos entre si. No trecho do início do domínio 3 ao final do domínio 4, o método do diagrama simplificado é mais conservador, enquanto que no trecho do domínio 5, o diagrama real é mais conservador.

5.4.2.2.3 COMPARAÇÃO PARA OUTROS CONCRETOS

As comparações abaixo foram realizadas considerando a mesma seção do item 5.4.2.2.1, mudando apenas o f_{ck} do concreto.

As Figuras 55 a 57 as comparações.

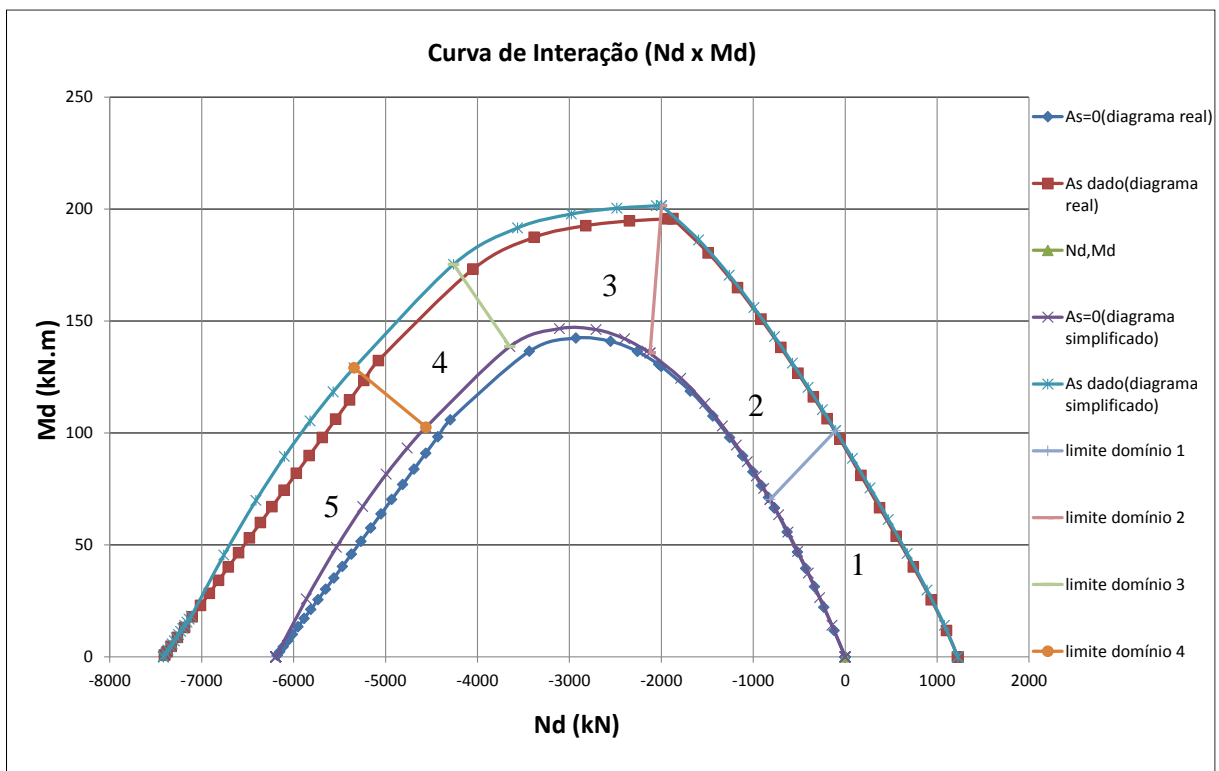


Figura 55: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C60)

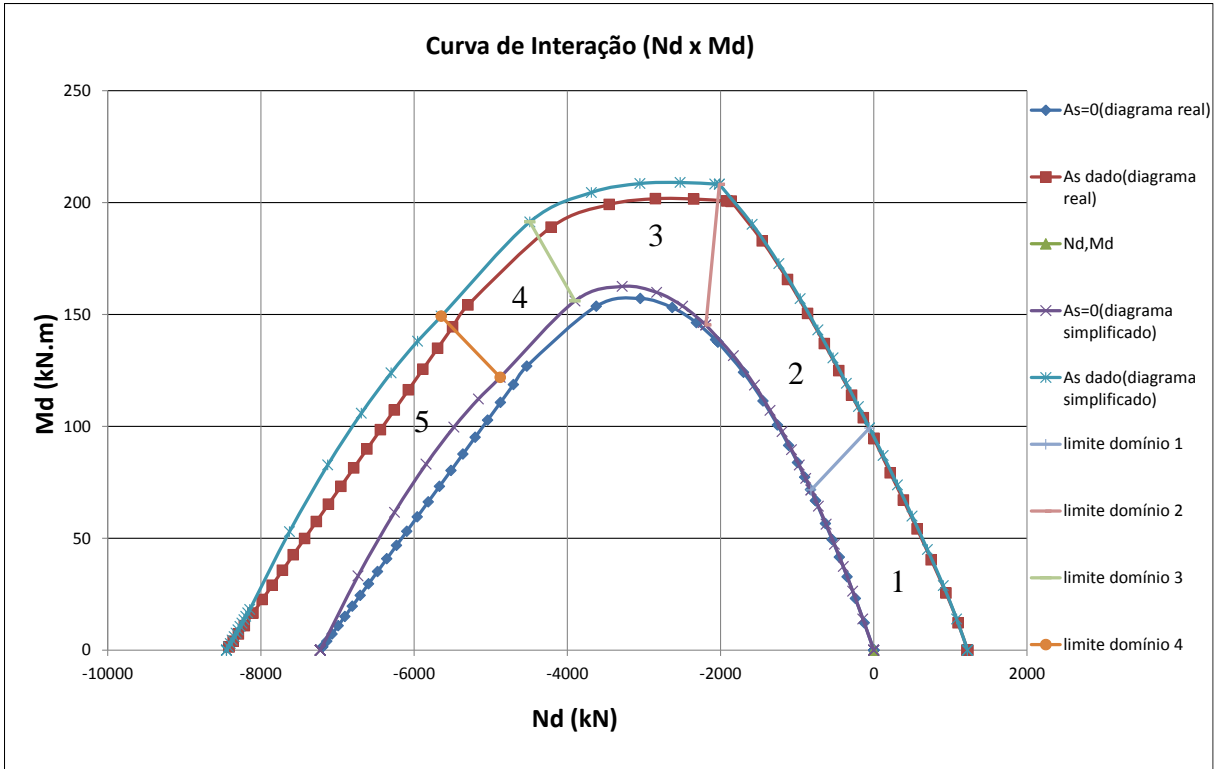


Figura 56: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C70)

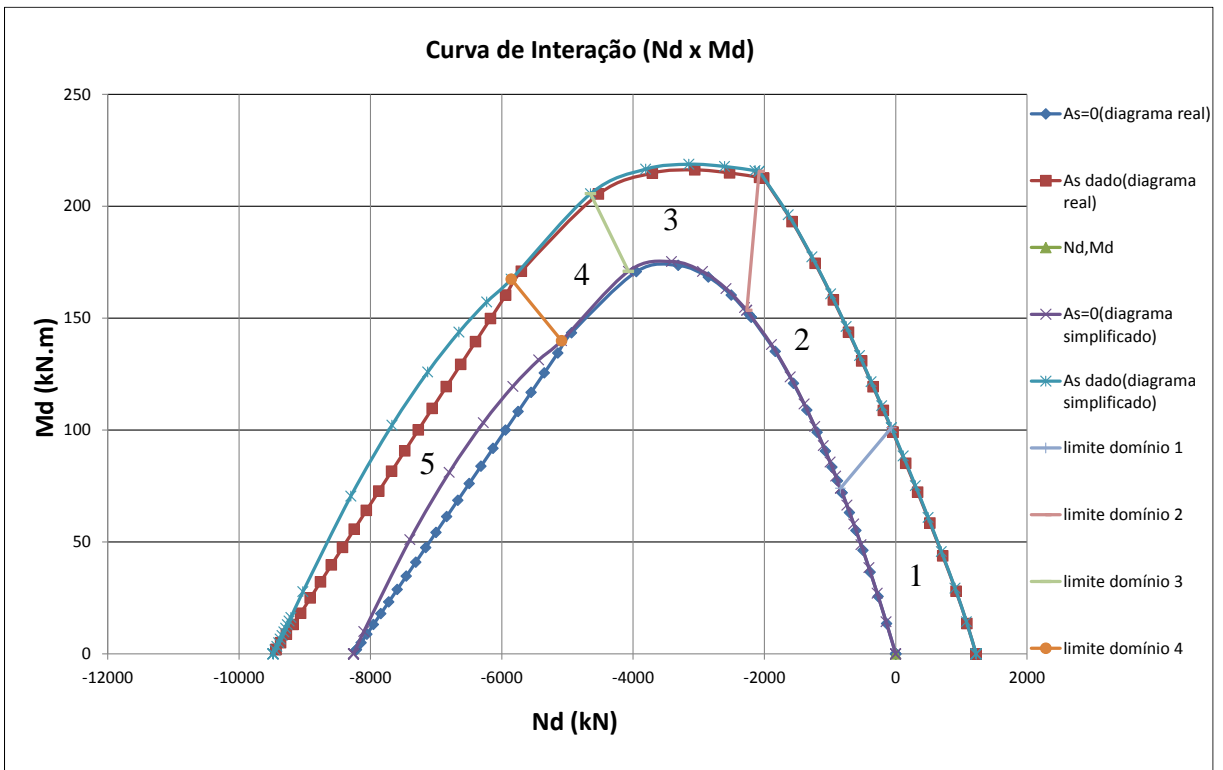


Figura 57: Comparação entre as curvas obtidas com o método de simplificação do diagrama e com o diagrama real (C80)

Nesses casos, observa-se que o método do diagrama real é mais conservador do domínio 3 ao 5, apesar dos resultados serem próximos e aceitáveis.

5.4.2.3 ÁBACOS ADIMENSIONAIS OBTIDOS UTILIZANDO O DIAGRAMA REAL DE TENSÃO NO CONCRETO

5.4.2.3.1 CONCRETOS ATÉ C50

As Figuras 58 a 68 apresentam os ábacos adimensionais de concretos até C50, com o diagrama real.

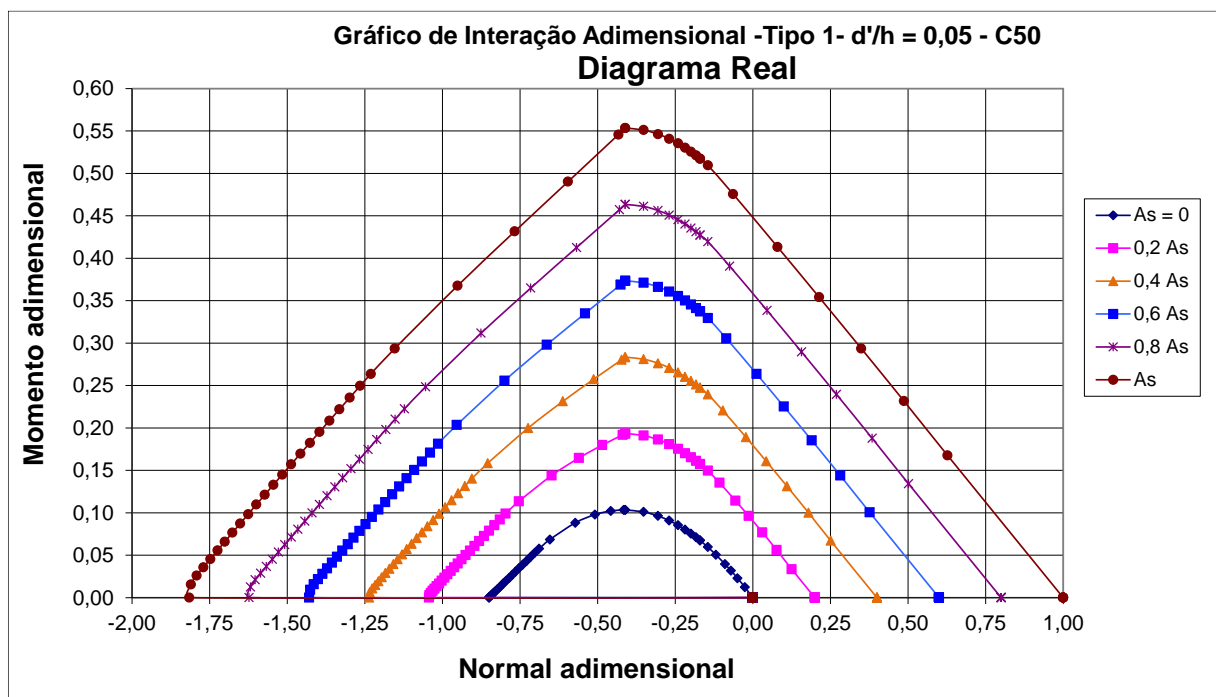


Figura 58: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C50)

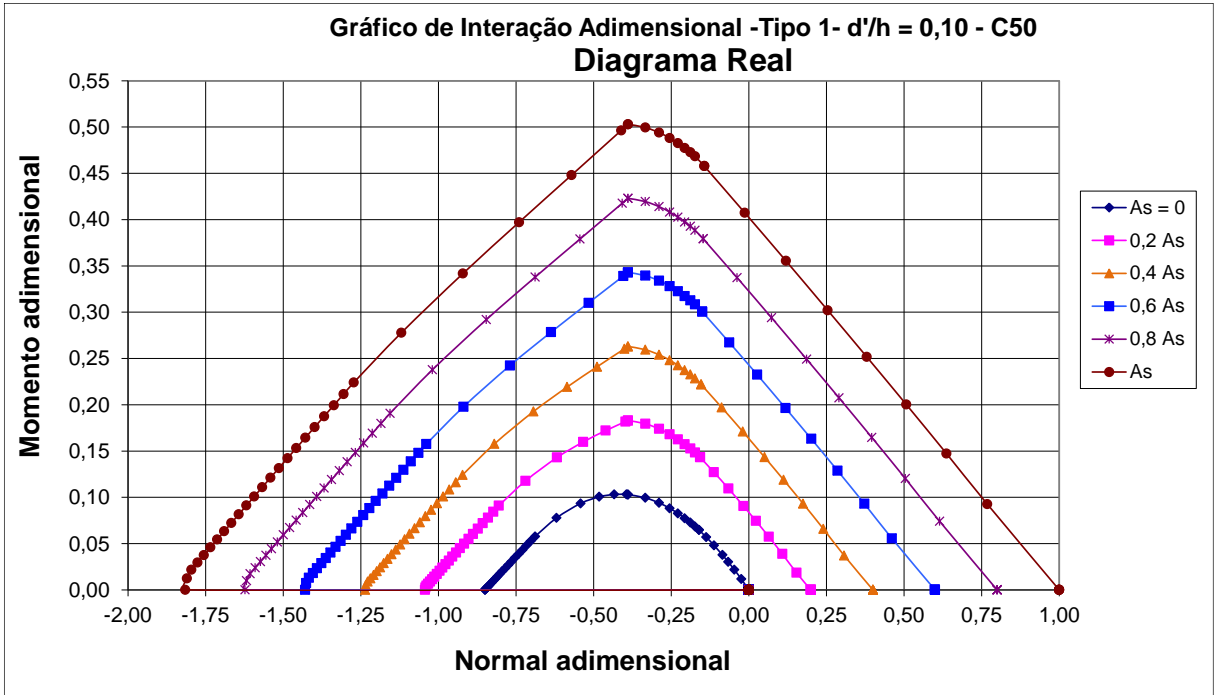


Figura 59: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C50)

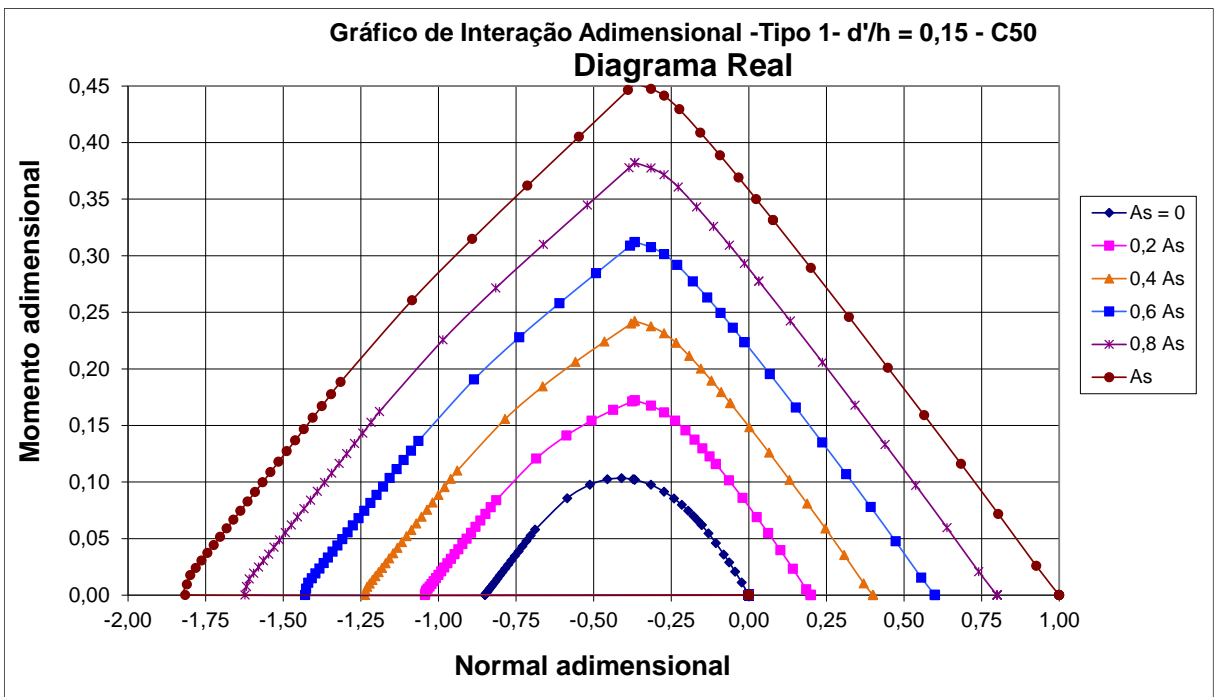


Figura 60: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C50)

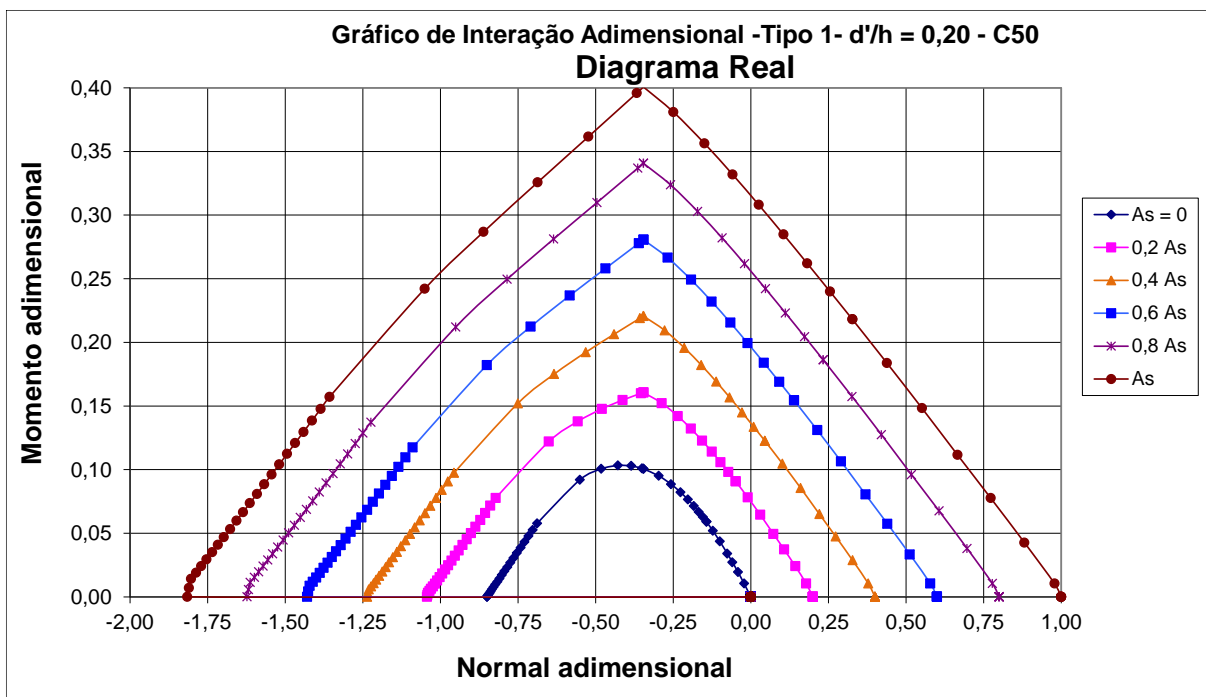


Figura 61: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C50)

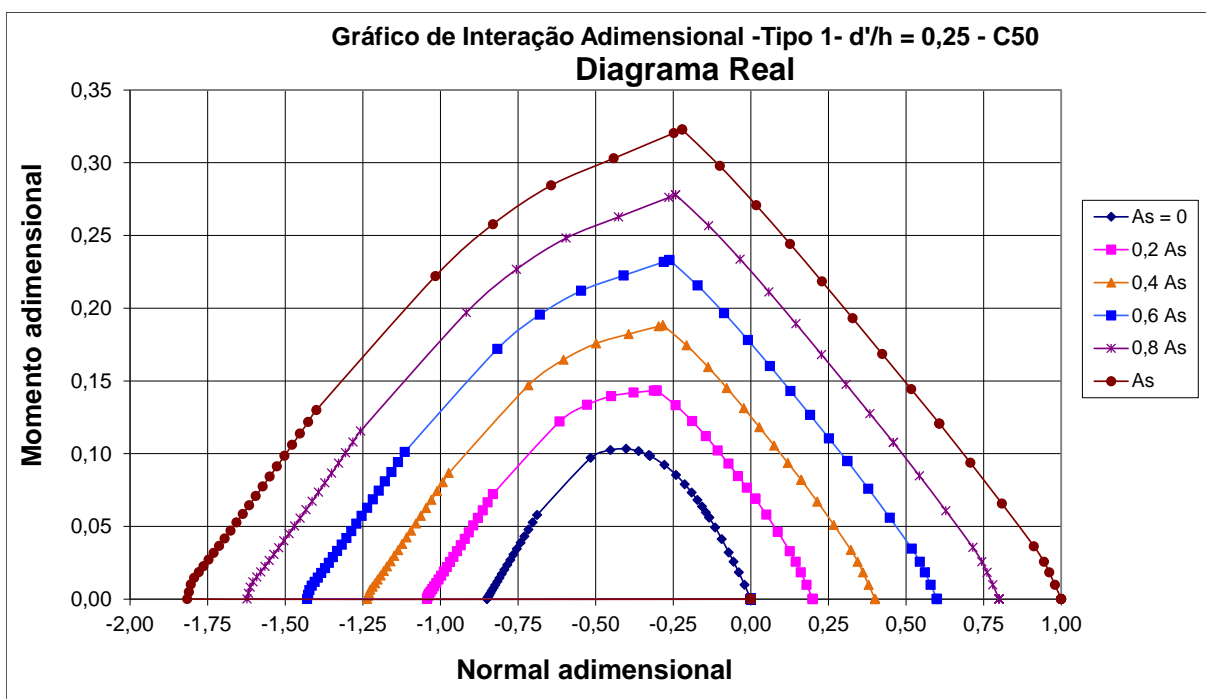


Figura 62: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C50)

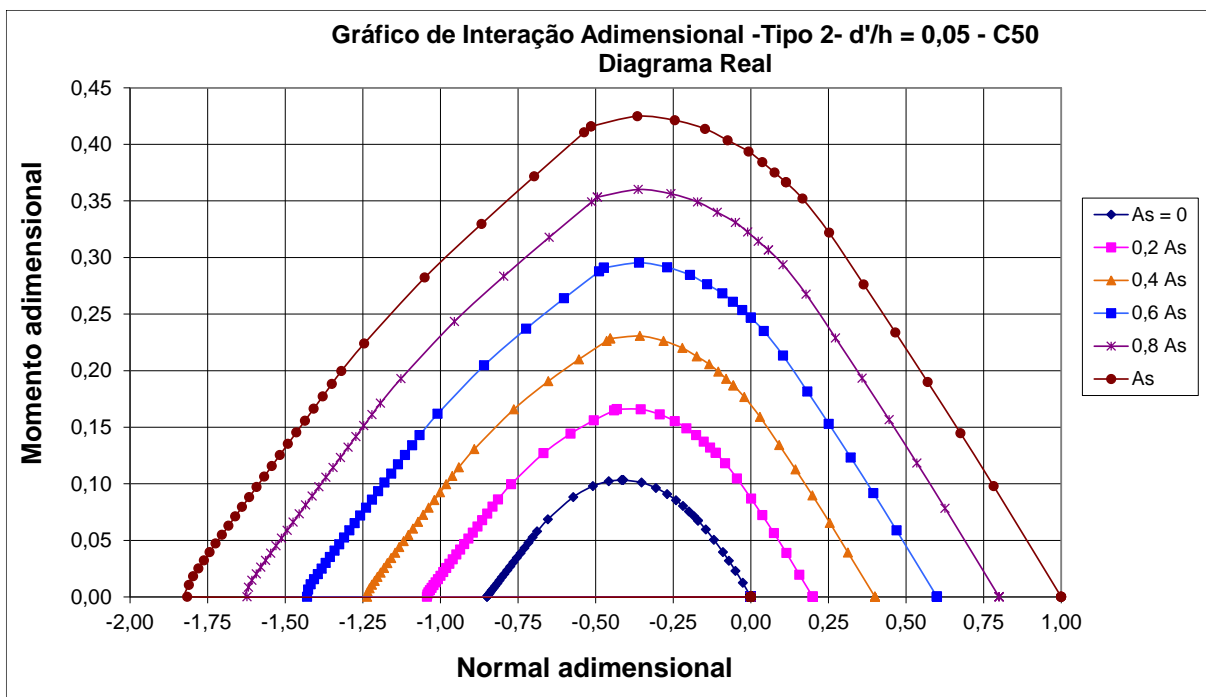


Figura 63: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C50)

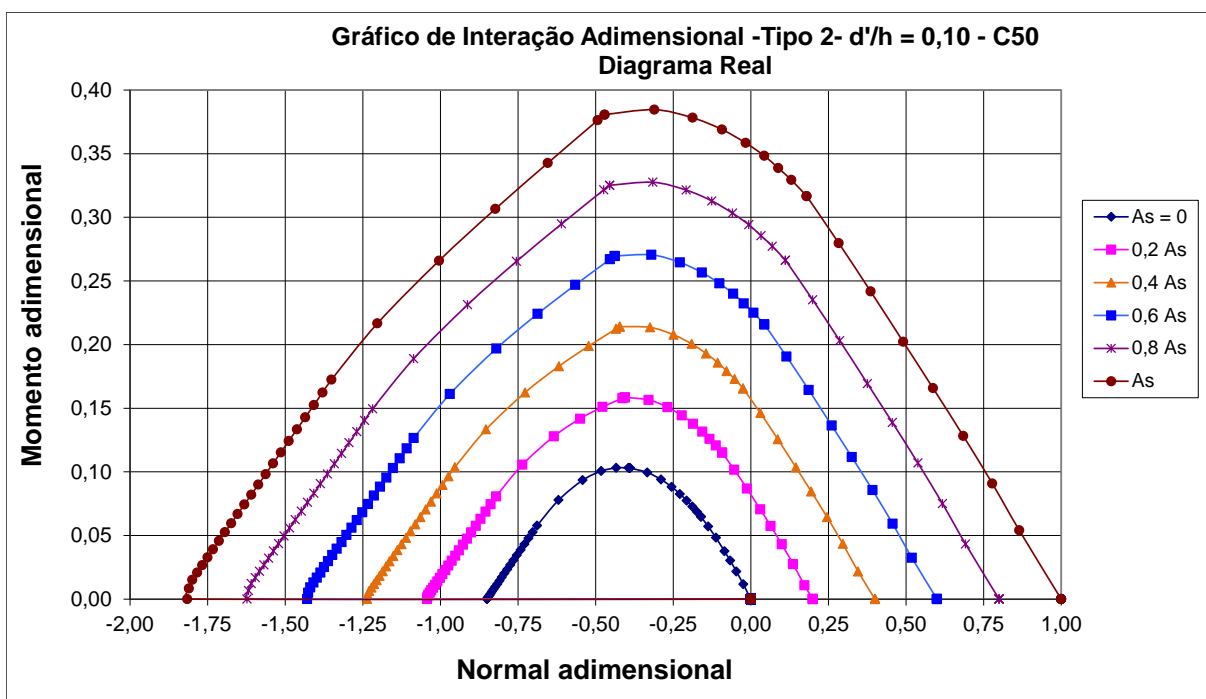


Figura 64: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C50)

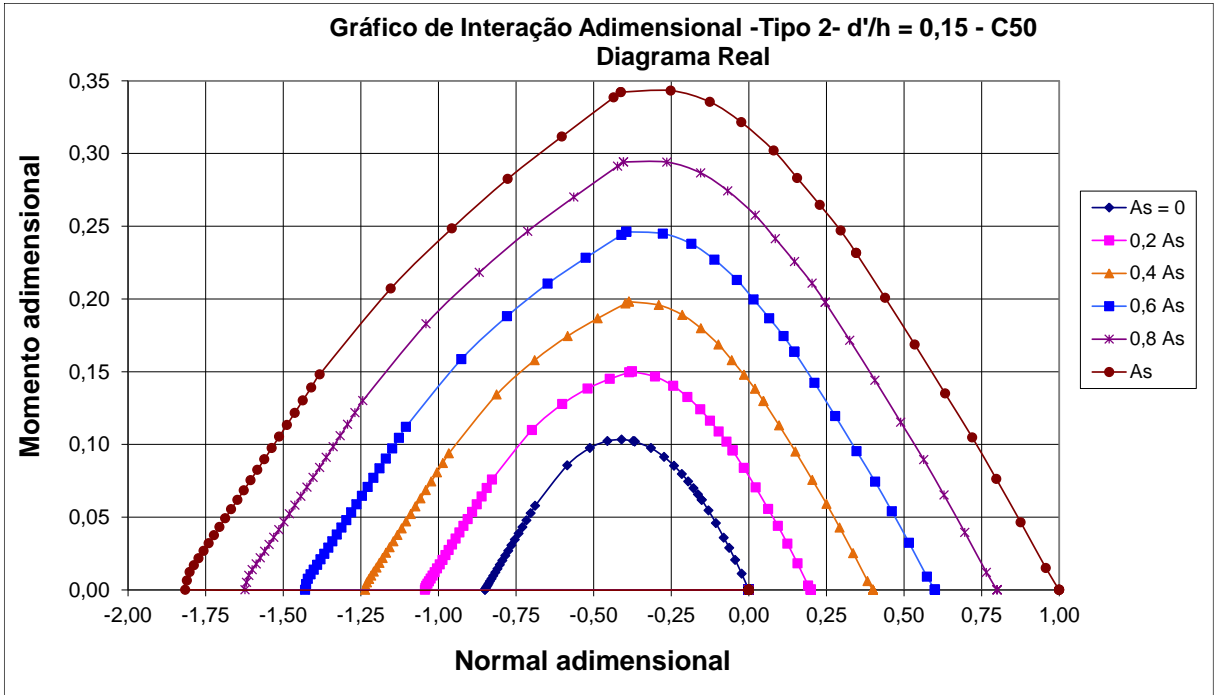


Figura 65: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C50)

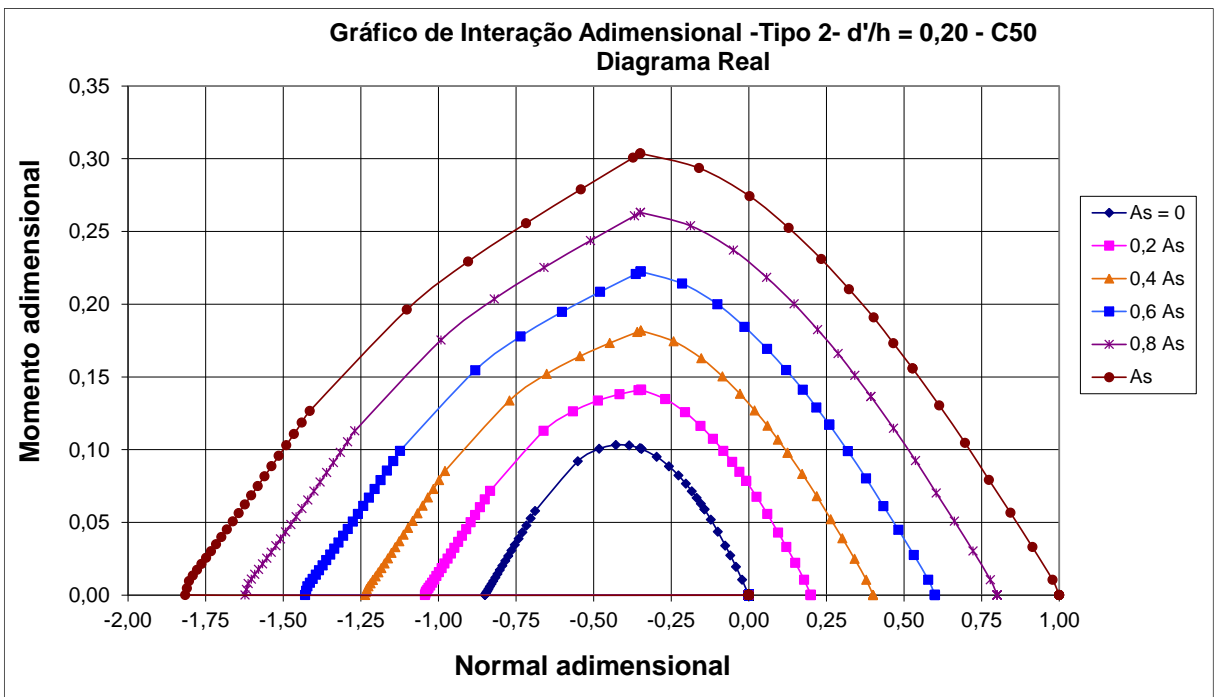


Figura 66: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C50)

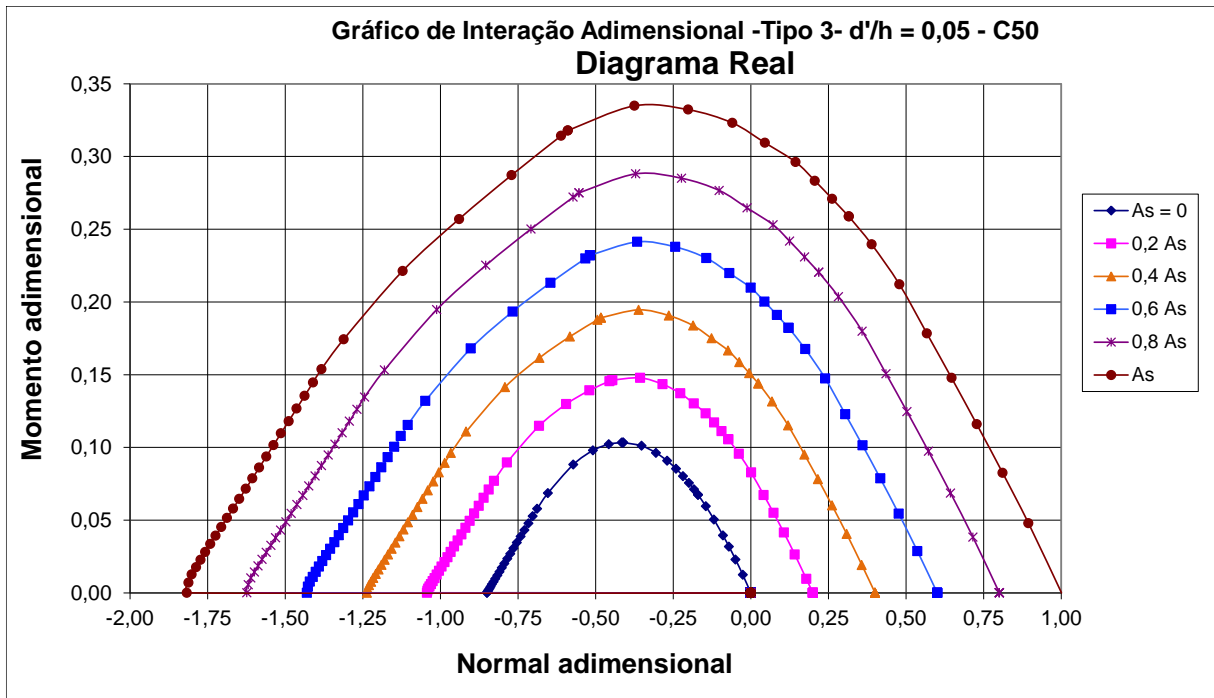


Figura 67: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C50)

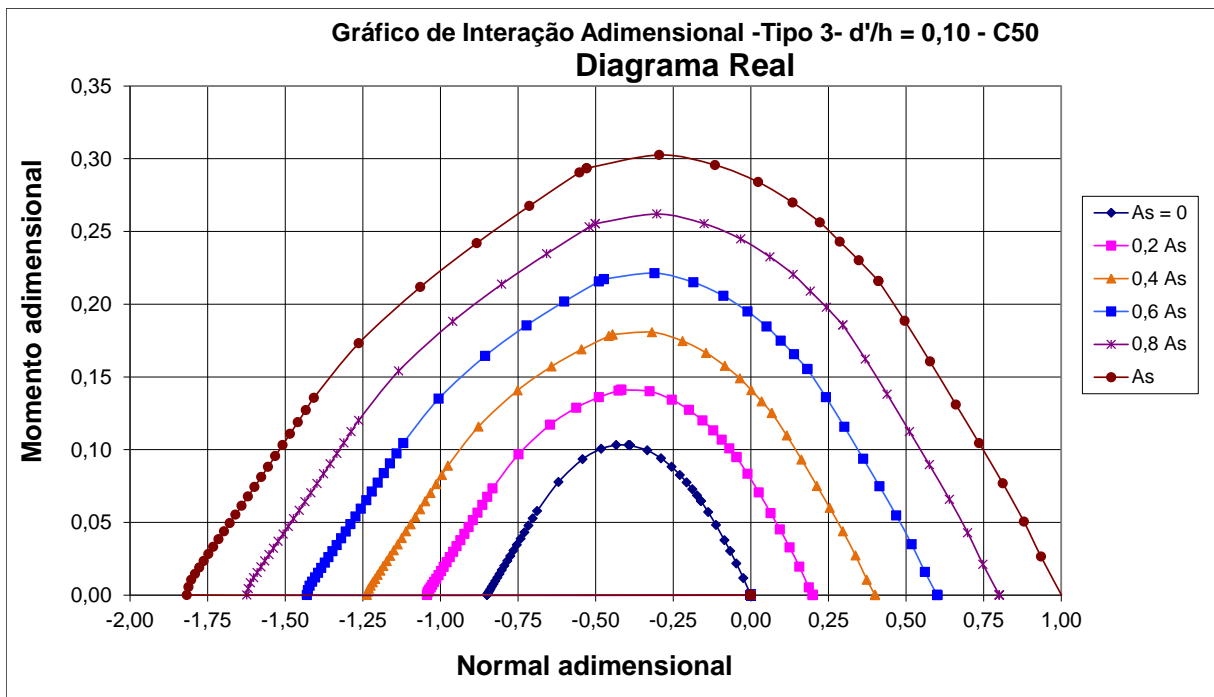


Figura 68: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C50)

5.4.2.3.2 CONCRETO C90

As Figuras 69 a 79 apresentam os ábacos adimensionais de concretos C90, com o diagrama real.

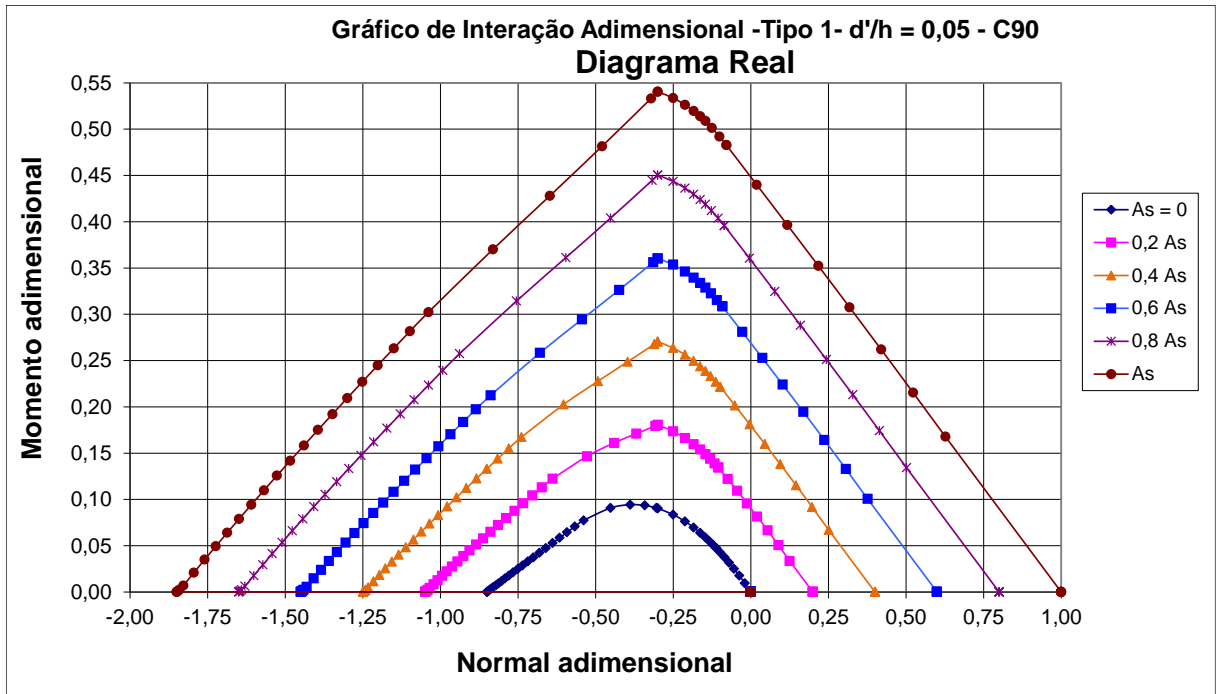


Figura 69: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,05$ (C90)

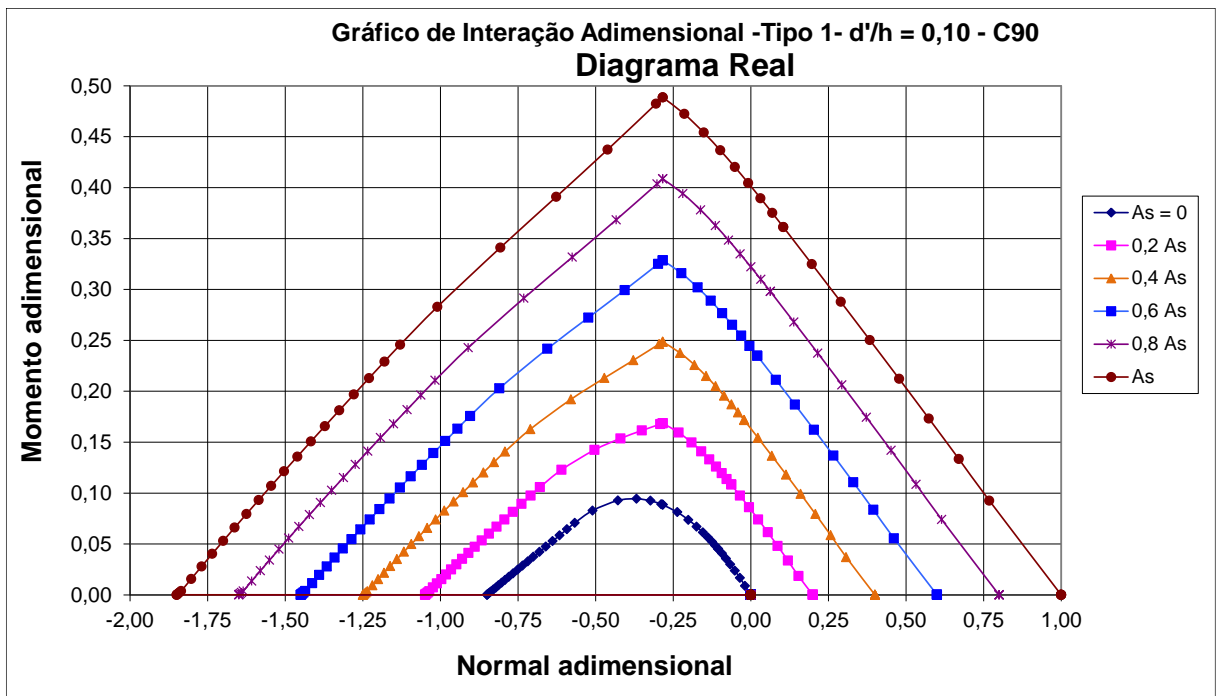


Figura 70: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,10$ (C90)

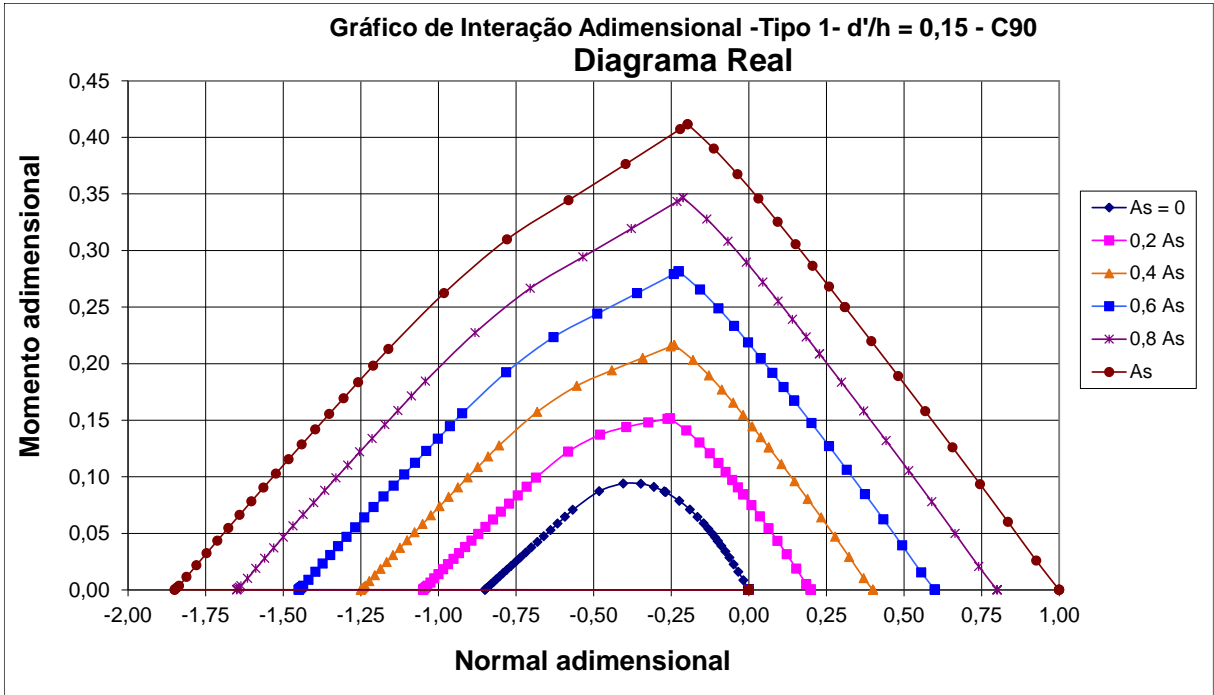


Figura 71: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,15$ (C90)

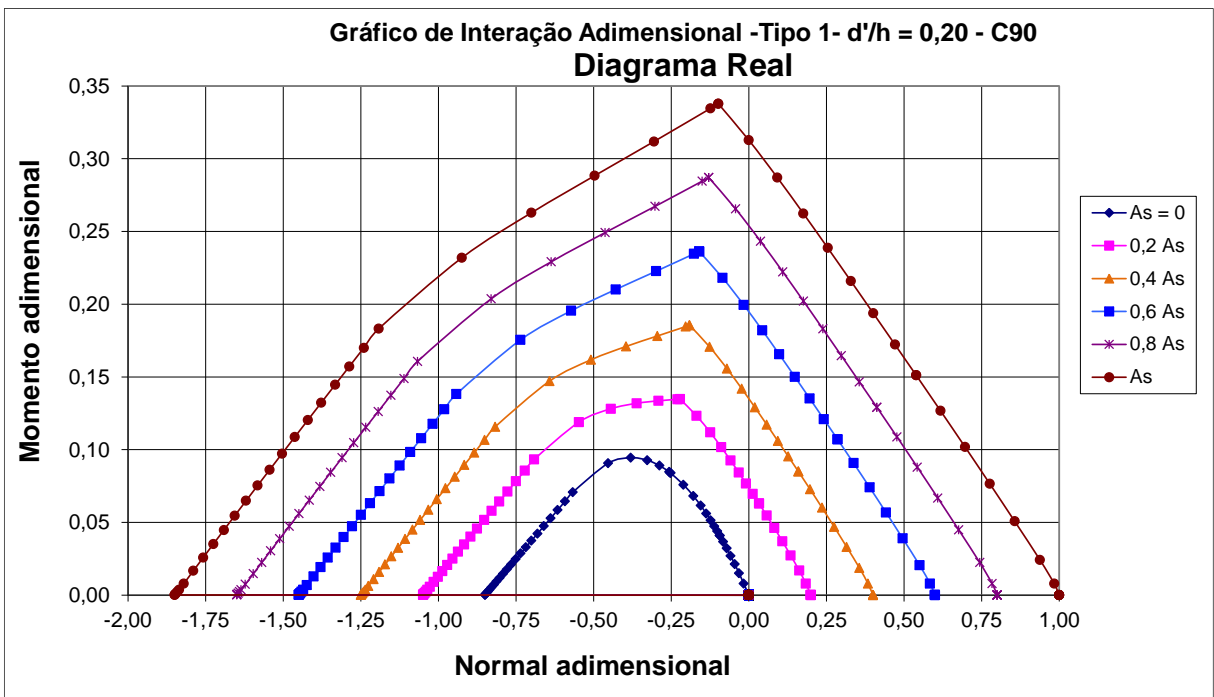


Figura 72: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,20$ (C90)

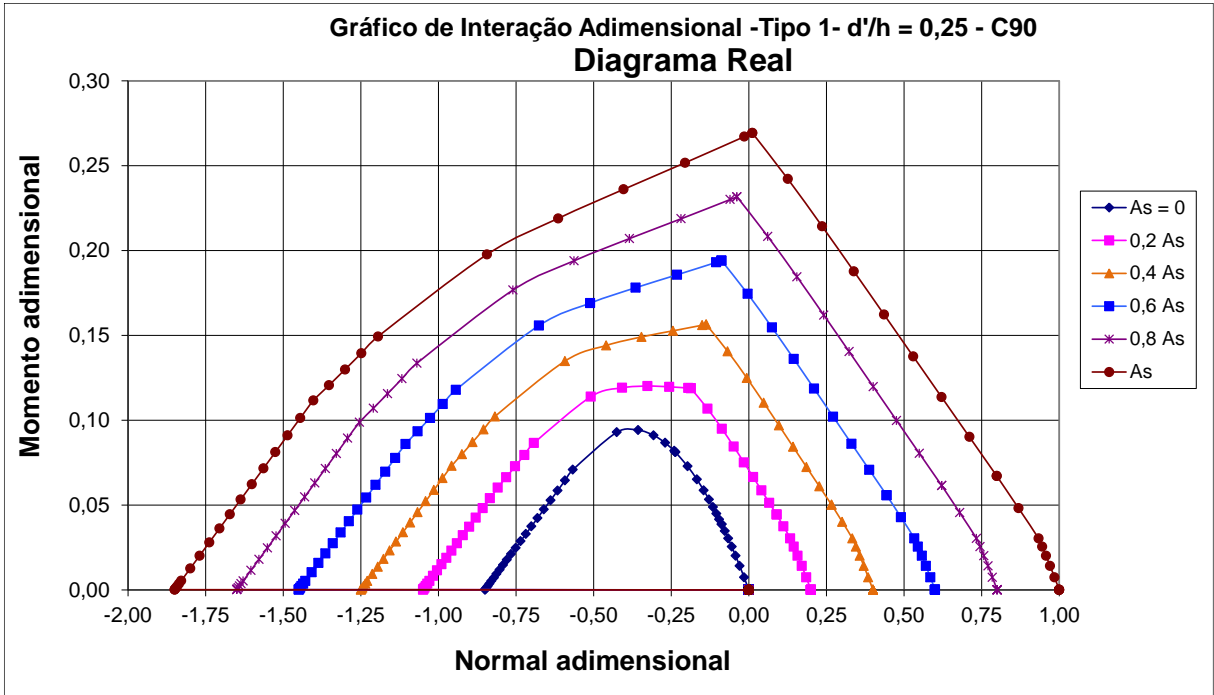


Figura 73: Ábaco adimensional para seção do Tipo 1 com $d'/h = 0,25$ (C90)

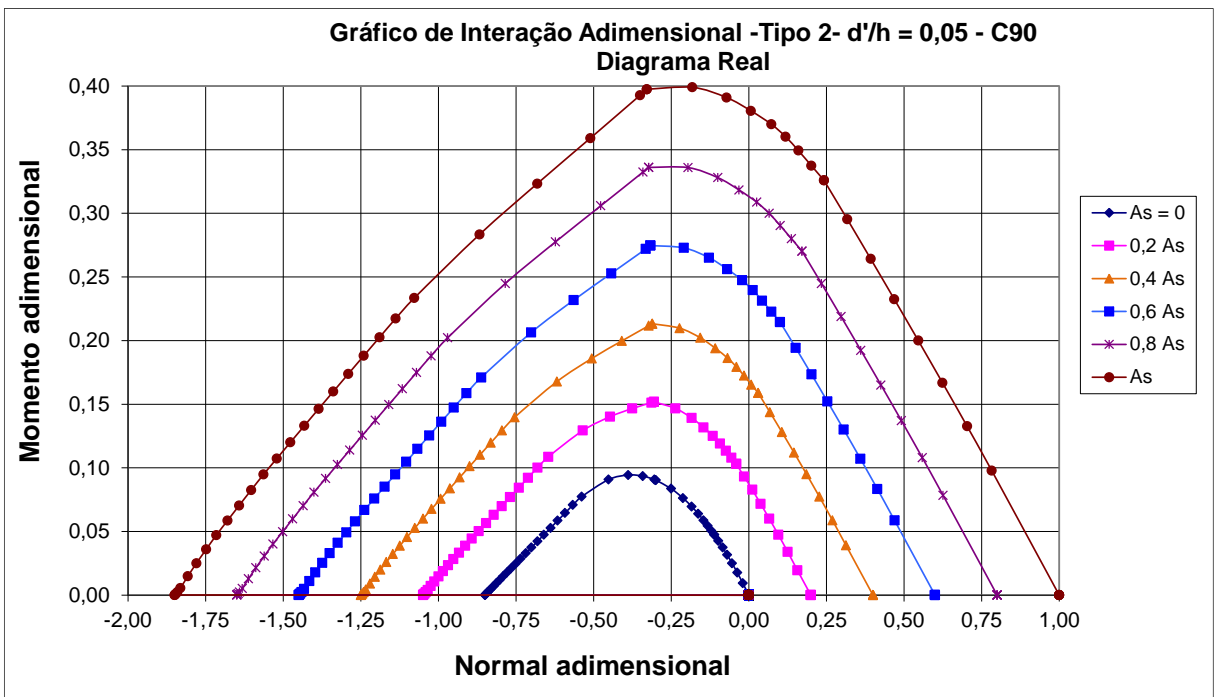


Figura 74: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,05$ (C90)

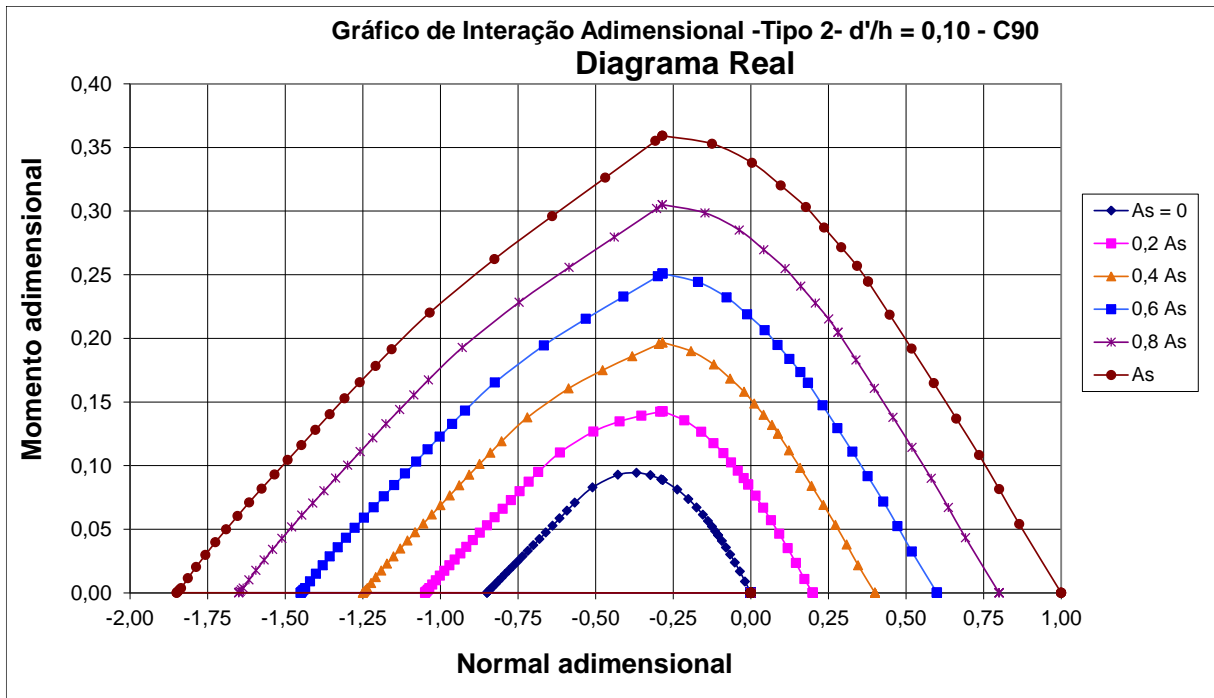


Figura 75: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,10$ (C90)

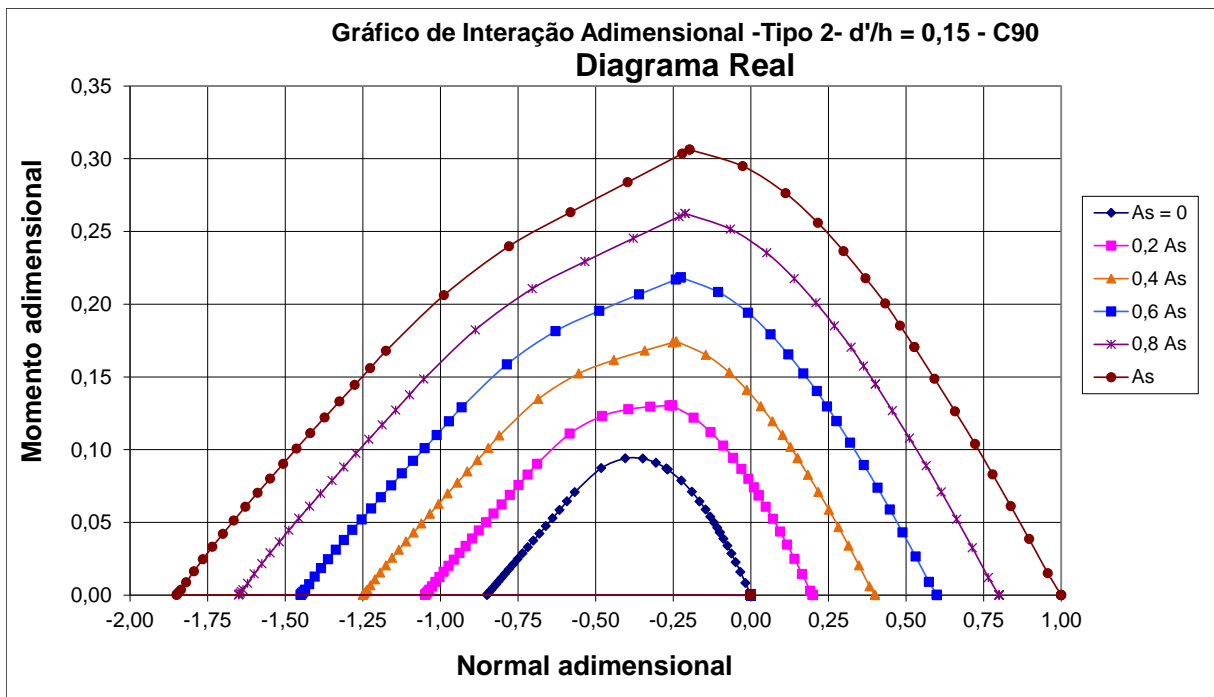


Figura 76: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,15$ (C90)

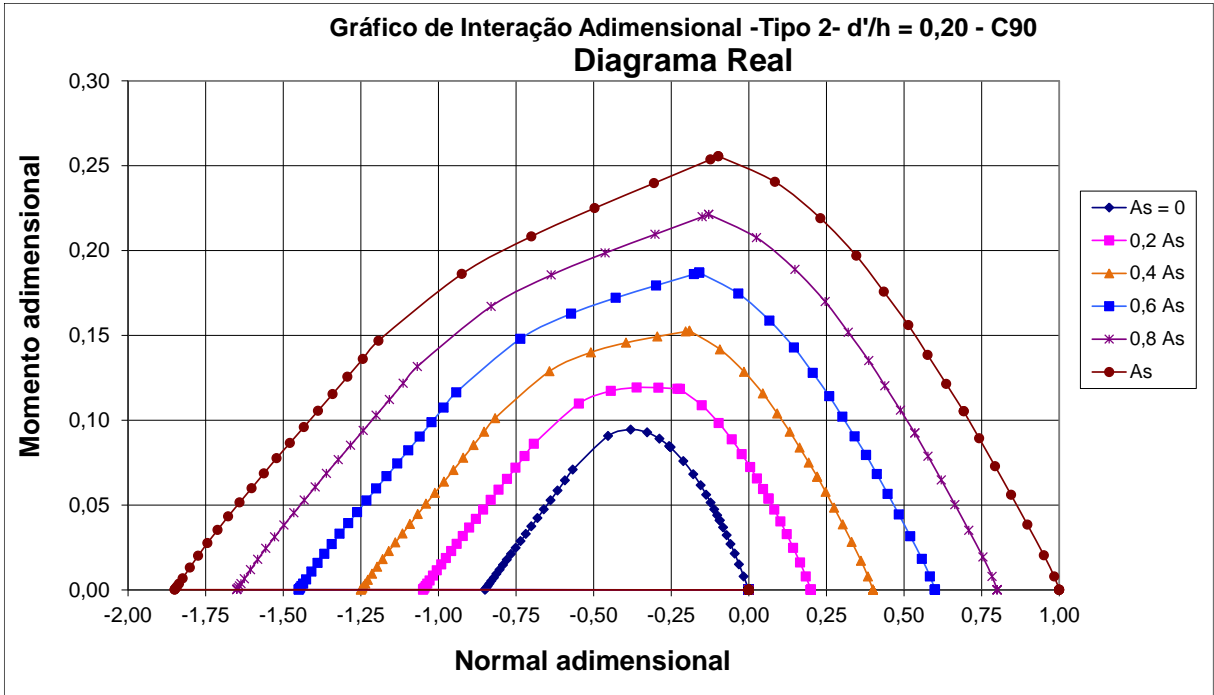


Figura 77: Ábaco adimensional para seção do Tipo 2 com $d'/h = 0,20$ (C90)

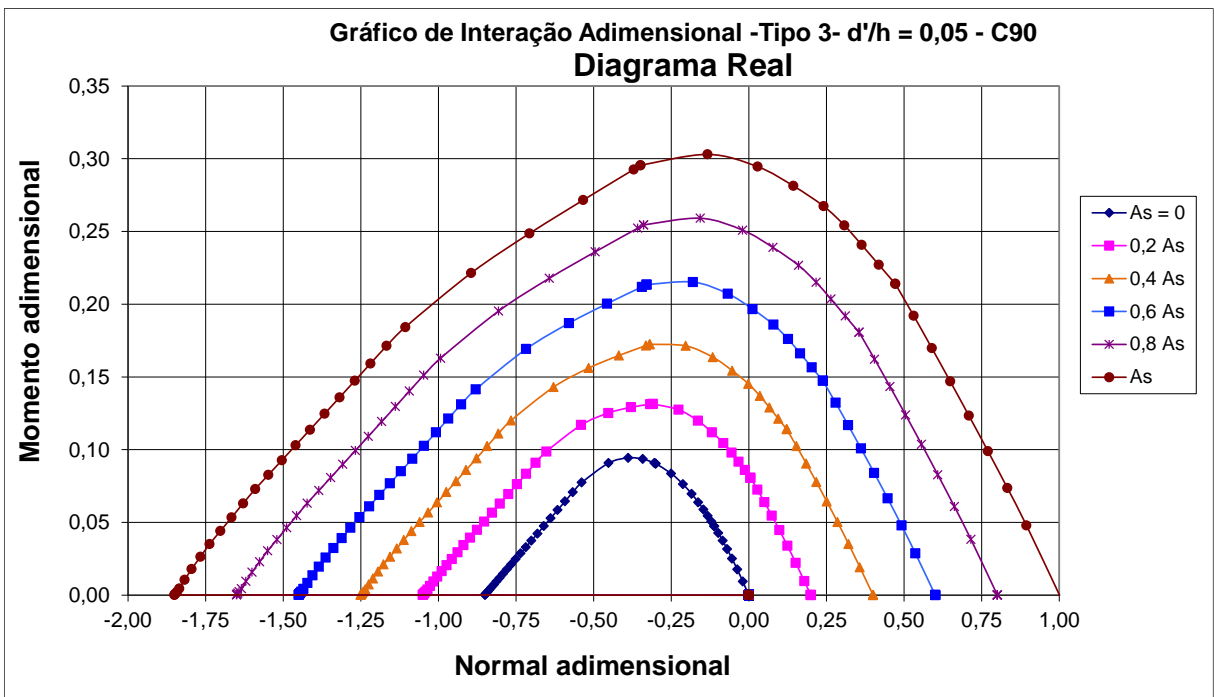


Figura 78: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,05$ (C90)

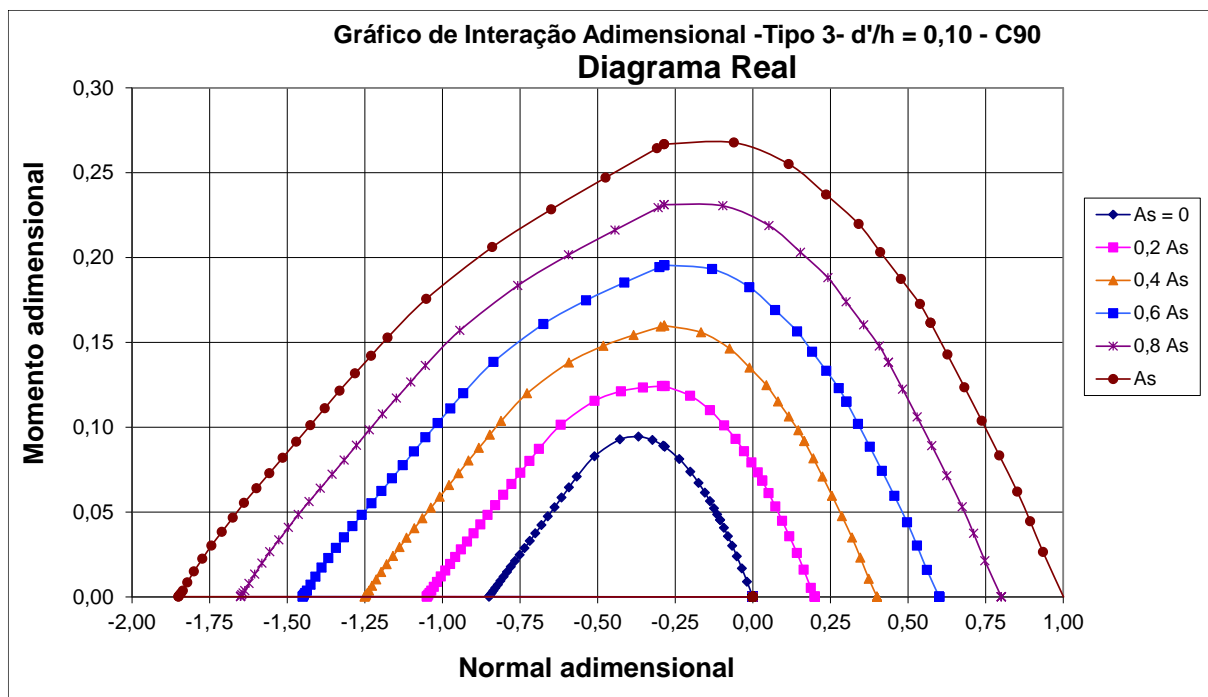


Figura 79: Ábaco adimensional para seção do Tipo 3 com $d'/h = 0,10$ (C90)

6 EXEMPLOS PRÁTICOS

A fim de exemplificar e comparar o uso de concretos com resistência inferior a 50 MPa com os concretos de resistência superior a 50MPa, bem como demonstrar a aplicabilidade das planilhas desenvolvidas por SANTOS (2014), adaptadas para o uso destes tipos de concretos no presente trabalho.

Todos os exemplos referenciam-se a um um pilar de 15 x 25 cm, com força normal de projeto $N_d = -473,8\text{kN}$, considerando como momento fletor o mínimo determinado pela NBR 6118 (2014), que depende do esforço normal a que a seção está submetida e de suas dimensões. Os casos considerados serão os seguintes:

Situação a) Pilar com comprimento equivalente $l_e = 2,55\text{m}$.

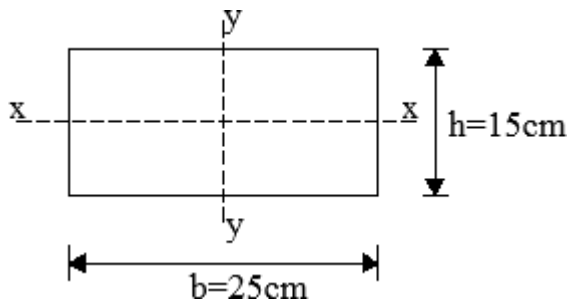
Situação b) Pilar com comprimento equivalente $l_e = 3,85\text{m}$.

Para todas as situações, foi considerado o diagrama real de tensão x deformação do concreto.

6.1 DIMENSIONAMENTO PARA A SITUAÇÃO a)

A Figura 80 mostra a seção transversal do pilar.

Figura 80: Seção do pilar a ser dimensionado



- Comprimentos de engastamento equivalente:

Direção XX:

$$(l_e)_{XX} = 2,55m$$

Direção YY:

$$(l_e)_{YY} = 2,55m$$

- Cálculo dos índices de esbeltez:

$$\lambda_{XX} = \sqrt{12} \cdot \frac{2,55}{0,15} = 58,89$$

$$\lambda_{YY} = \sqrt{12} \cdot \frac{2,55}{0,25} = 35,33$$

- Momentos mínimos de primeira ordem:

$$M_{1d,XX} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) = 473,8 \times (0,015 + 0,03 \times 0,15) = 9,23kNm$$

$$M_{1d,YY} = N_d \cdot (0,015 + 0,03b) = 473,8 \times (0,015 + 0,03 \times 0,25) = 10,66kNm$$

$$\lambda_{1X} = \frac{25 + 12,5 \cdot e_{1X}/h}{\alpha_{bX}} = \frac{25 + 12,5 \times 0,0195/0,15}{1,00} = 26,6 \therefore \lambda_{1X} = 35$$

$$\lambda_{1Y} = \frac{25 + 12,5 \cdot e_{1Y}/b}{\alpha_{bY}} = \frac{25 + 12,5 \times 0,0225/0,25}{1,00} = 26,1 \therefore \lambda_{1Y} = 35$$

- Dimensionamento com C25:

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção XX pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$\nu = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 25000/1,4} = 0,707$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,15(0,707 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,15} \therefore \frac{1}{r} = 0,0276$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,XX} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 9,23 + 473,8 \cdot \frac{2,55^2}{10} \cdot 0,0276 = 17,73kNm$$

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção YY pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$\nu = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 25000/1,4} = 0,707$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{b(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{b}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,25 \cdot (0,707 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,25} \therefore \frac{1}{r} = 0,0166$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,YY} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 10,66 + 473,8 \cdot \frac{2,55^2}{10} \cdot 0,0166 = 15,77kNm$$

Tabela 14: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).

Seção Transversal					Concreto		Aço	
b (m)	0,25	d'(m)	0,04	fck (MPa)	25	fyk (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,15	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	17857	Es (kN/cm ²)	21000	
				αc /0,85	1	ε _{yd} (‰)	2,070	
				λ	0,8	fyd (kN/cm ²)	43,48	
Disposição das Armaduras					Nd(kN) =		ε _{c2} (‰)	
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	ti (m)	Md(kN.m) =		ε _{c1} (‰)	
1	4	12,5	4,91	0,04	-473,8		-2,00	
2	4	12,5	4,91	0,11			-3,50	
3			0,00				ε _{c3} (‰)	
4			0,00				-1,75	
5								
6								
7								
SOMA =	8		9,82					

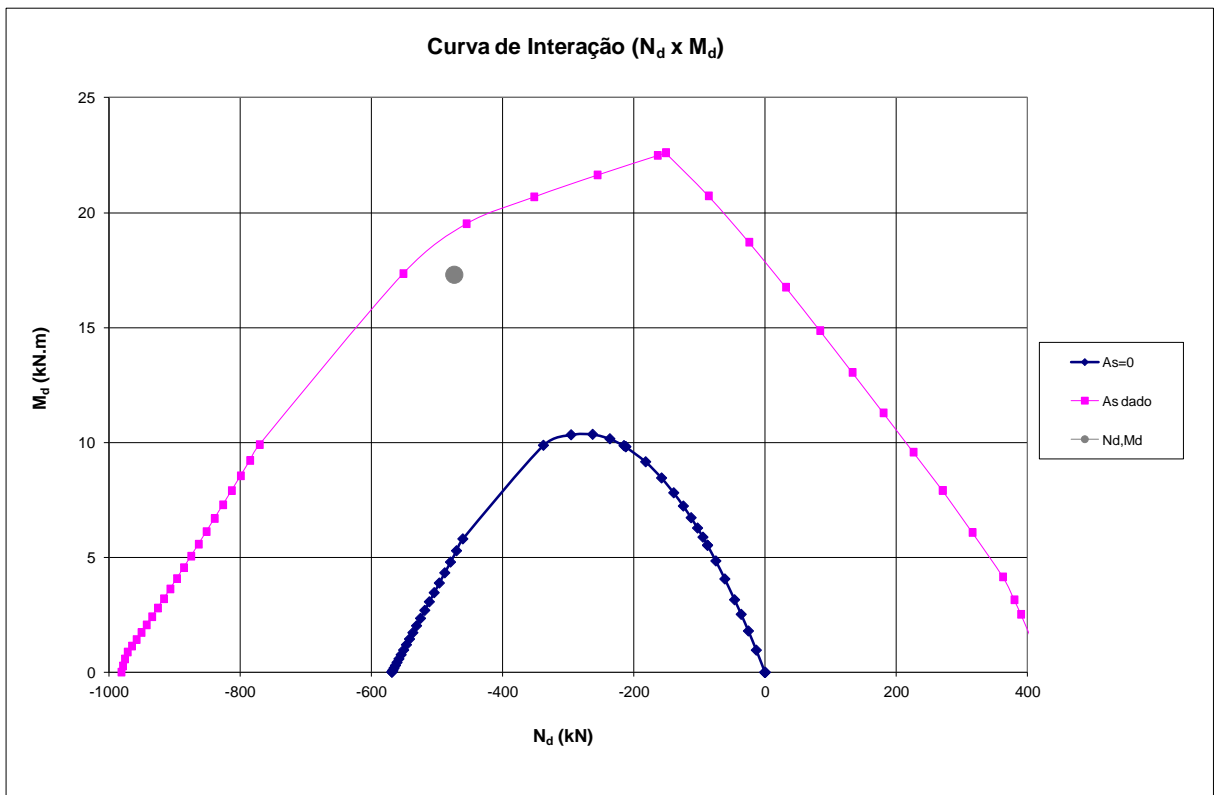


Figura 81: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção XX).

Tabela 15: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).

Seção Transversal					Concreto		Aço	
b (m)	0,15	d'(m)	0,04	fck (MPa)	25	fyk (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,25	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	17857	Es (kN/cm ²)	21000	
				αc /0,85	1	ε _{yd} (‰)	2,070	
				λ	0,8	fyd (kN/cm ²)	43,48	
Disposição das Armaduras					Nd(kN) =		ε _{c2} (‰)	
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	ti (m)	Md(kN.m) =		ε _{c1} (‰)	
1	2	12,5	2,45	0,04	-473,8		-2,00	
2	2	12,5	2,45	0,21			-3,50	
3	2	12,5	2,45	0,097			ε _{c3} (‰)	
4	2	12,5	2,45	0,153			-1,75	
5								
6								
7								
SOMA =	8		9,82					

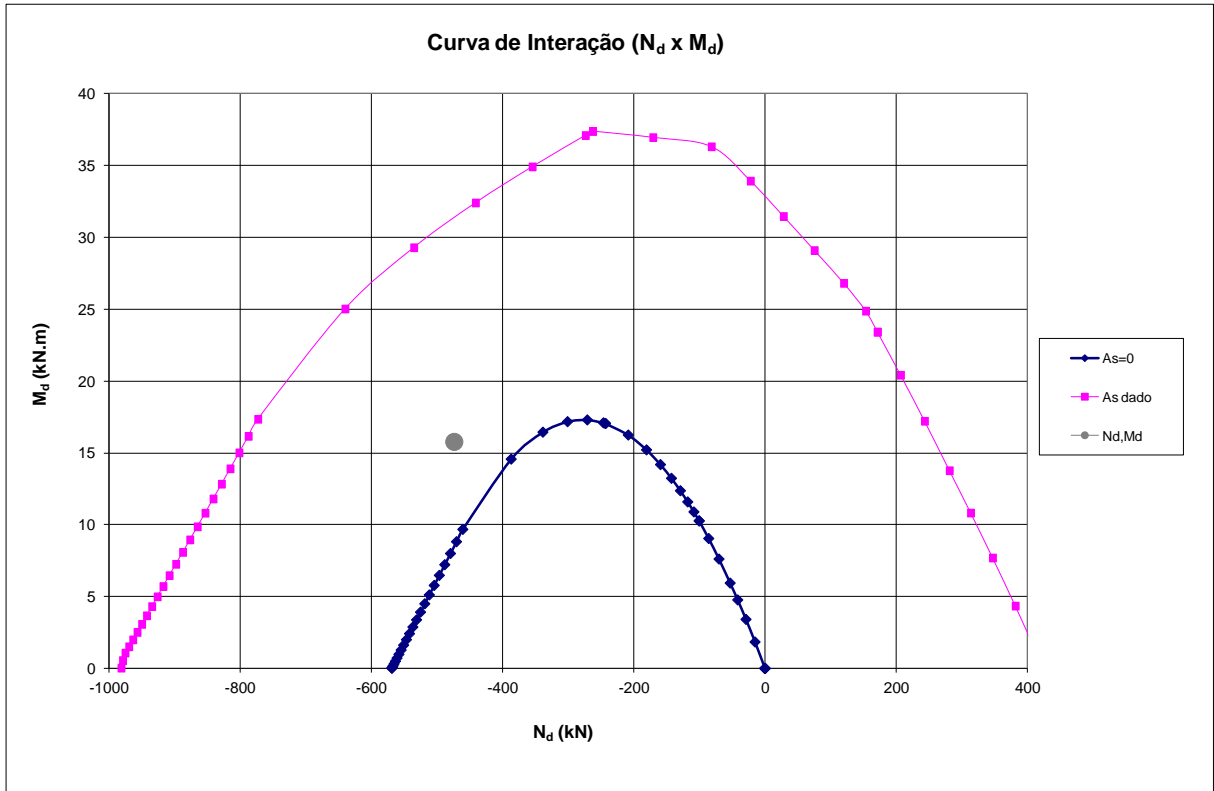


Figura 82: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção YY).

Nesse caso, a armadura adotada para a seção deverá ser de 8 barras de 12,5 mm, como dispostas nas entradas da planilha.

- Dimensionamento com C60

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção XX pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$v = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 60000/1,4} = 0,2948$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,15(0,2948 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,15} \therefore \frac{1}{r} = 0,033$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,XX} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 9,23 + 473,8 \cdot \frac{2,55^2}{10} \cdot 0,0333 = 19,49 \text{ kNm}$$

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção YY pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$v = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 60000/1,4} = 0,2948$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{b(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{b}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,25 \cdot (0,2948 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,25} \therefore \frac{1}{r} = 0,0200$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,YY} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 10,66 + 473,8 \cdot \frac{2,55^2}{10} \cdot 0,0200 = 16,82kNm$$

Os dados de entrada da planilha são mostrados na Tabela 16.

Tabela 16: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).

Seção Transversal					Concreto		Aço CA50A	
b (m)	0,25	d'(m)	0,04	fck (MPa)	60	fyk (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,15	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	42857	Es (kN/cm ²)	21000	
				αc /0,85	0,95	ε _{yd} (‰)	2,070	
				d(m)	0,11	f _{yd} (kN/cm ²)	43,48	
				λ	0,775			
Disposição das Armaduras					Nd(kN) = -473,8		ε _{c2} (‰) -2,29	
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	t _i (m)	Md(kN.m) = 19,5		ε _{c1} (‰) -2,88	
1	4	12,5	4,91	0,04				
2	4	12,5	4,91	0,11				
3			0,00					
4			0,00					
5								
6								
7								
SOMA =	8		9,82					
						ε _{c3} (‰) -1,89		

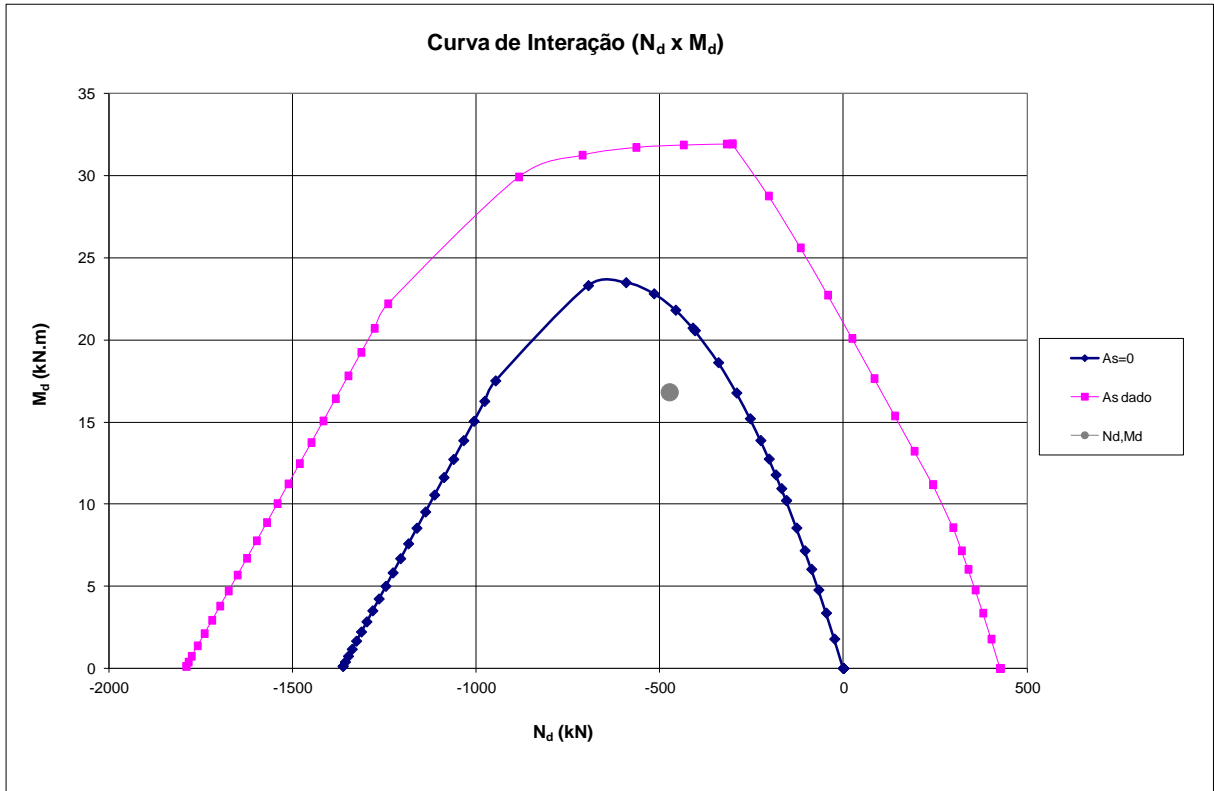


Figura 83: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção XX).

Tabela 17: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).

Seção Transversal					Concreto		Aço	
b (m)	0,15	d'(m)	0,04	fck (MPa)	60	fyk (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,25	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	42857	Es (kN/cm ²)	21000	
		d(m)	0,21	αc / 0,85	0,95	εyd (%)	2,070	
Disposição das Armaduras				λ	0,775	fyd (kN/cm ²)	43,48	
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	ti (m)				
1	2	12,5	2,45	0,04				
2	2	12,5	2,45	0,21				
3	2	12,5	2,45	0,097				
4	2	12,5	2,45	0,153				
5								
6								
7								
SOMA =	8		9,82					
					Nd(kN) =	-473,8	ε _{c2} (‰)	-2,29
					Md(kN.m) =	16,8	ε _{cu} (‰)	-2,88
							ε _{c3} (‰)	-1,89

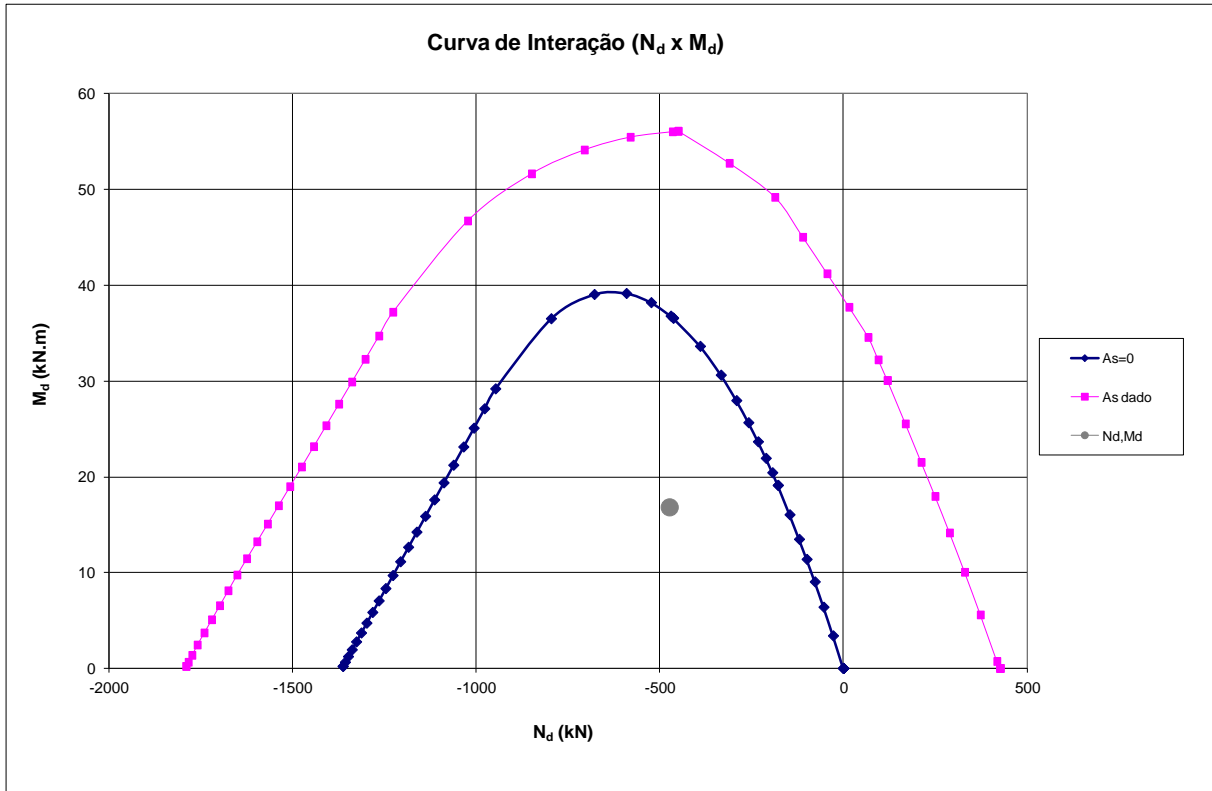


Figura 84: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção YY).

Pelas curvas de interação, pode-se ver que armadura poderá ser mínima para essa situação, caso seja utilizado concreto C60.

6.2 DIMENSIONAMENTO PARA A SITUAÇÃO b)

- Comprimentos de engastamento equivalente:

Direção XX:

$$(l_e)_{XX} = 3,85m$$

Direção YY:

$$(l_e)_{YY} = 3,85m$$

- Cálculo dos índices de esbeltez:

$$\lambda_{XX} = \sqrt{12} \cdot \frac{3,85}{0,15} = 88,9$$

$$\lambda_{YY} = \sqrt{12} \cdot \frac{3,85}{0,25} = 53,34$$

- Momentos mínimos de primeira ordem:

$$M_{1d,XX} = N_d \cdot (0,015 + 0,03h) = 473,8 \times (0,015 + 0,03 \times 0,15) = 9,23kNm$$

$$M_{1d,YY} = N_d \cdot (0,015 + 0,03b) = 473,8 \times (0,015 + 0,03 \times 0,25) = 10,66kNm$$

$$\lambda_{1X} = \frac{25 + 12,5 \cdot e_{1X}/h}{\alpha_{bX}} = \frac{25 + 12,5 \times 0,0195/0,15}{1,00} = 26,6 \quad \therefore \lambda_{1X} = 35$$

$$\lambda_{1Y} = \frac{25 + 12,5 \cdot e_{1Y}/b}{\alpha_{bY}} = \frac{25 + 12,5 \times 0,0225/0,25}{1,00} = 26,1 \quad \therefore \lambda_{1Y} = 35$$

Devem ser considerados efeitos de segunda ordem.

- Dimensionamento com C25

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção xx pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$v = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 25000/1,4} = 0,707$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,15(0,707 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,15} \quad \therefore \frac{1}{r} = 0,0276$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,XX} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 9,23 + 473,8 \cdot \frac{3,85^2}{10} \cdot 0,0276 = 28,61kNm$$

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção YY pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$v = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 25000/1,4} = 0,707$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{b(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{b}$$

Tabela 19: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).

Seção Transversal					Concreto		Aço	
b (m)	0,15	d'(m)	0,04	fck (MPa)	25	f _{yk} (kN/cm ²)	50	
h (m)	0,25	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	17857	Es (kN/cm ²)	21000	
				α _c / 0,85	1	ε _{yd} (‰)	2,070	
				λ	0,8	f _{yd} (kN/cm ²)	43,48	
Disposição das Armaduras					Nd(kN) =		-473,8	
Camadas	Barras	Bitola	A _{sj} (cm ²)	t _i (m)	Md(kN.m) =		22,3	
1	2	16	4,02	0,04				
2	2	16	4,02	0,21				
3	2	16	4,02	0,083				
4	2	16	4,02	0,125				
5	2	16	4,02	0,168				
6								
7								
SOMA =	10		20,11					
					ε _{c2} (‰)		-2,00	
					ε _{cu} (‰)		-3,50	
					ε _{c3} (‰)		-1,75	

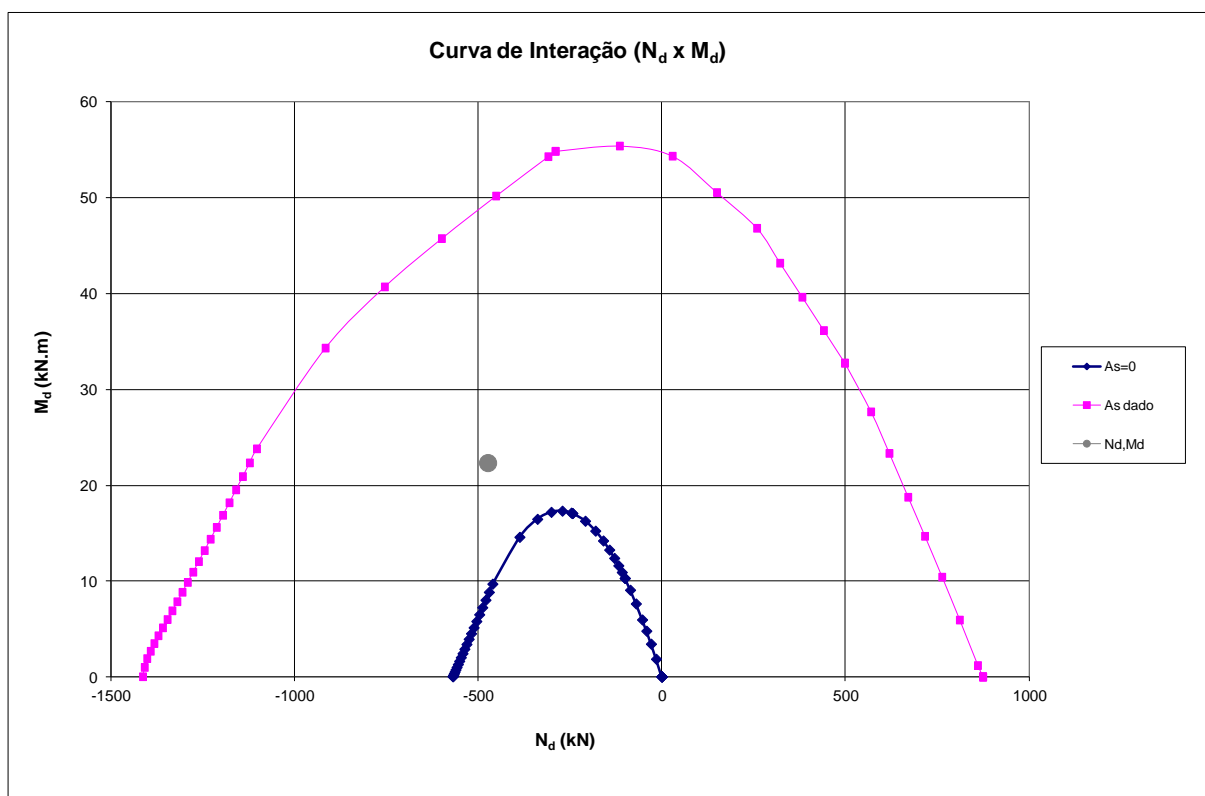


Figura 86: Curva de interação de C25 para a determinada seção (direção YY).

Nesse caso, a armadura adotada seria constituída por 10 barras de 16 mm, que corresponde a 20,11 cm² de aço, o que é maior que 4% da área de concreto da seção. Tal situação não é permitida pela NBR 6118:2014 (1).

- Dimensionamento com C60

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção xx pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$v = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 60000/1,4} = 0,2948$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,15(0,2948 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,15} \therefore \frac{1}{r} = 0,033$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,xx} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 9,23 + 473,8 \cdot \frac{3,85^2}{10} \cdot 0,0333 = 32,62kNm$$

Cálculo dos efeitos de segunda ordem para a direção YY pelo Método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada:

$$v = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{473,8}{0,15 \cdot 0,25 \cdot 60000/1,4} = 0,2948$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{b(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{b}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{0,25 \cdot (0,2948 + 0,5)} \leq \frac{0,005}{0,25} \therefore \frac{1}{r} = 0,0200$$

$$M_{d,tot} = \alpha_b \cdot M_{1d,yy} + N_d \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} =$$

$$= 1,00 \cdot 10,66 + 473,8 \cdot \frac{3,85^2}{10} \cdot 0,0200 = 24,71kNm$$

Tabela 20: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção XX).

Seção Transversal				Concreto		Aço CA50A	
b (m)	0,25	d'(m)	0,04	fck (MPa)	60	fyk (kN/cm ²)	50
h (m)	0,15	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	42857	Es (kN/cm ²)	21000
		d(m)	0,11	αc /0,85	0,95	ε _{yd} (‰)	2,070
				λ	0,775	fyd (kN/cm ²)	43,48
Disposição das Armaduras					Nd(kN) = -473,8		ε _{c2} (‰) -2,29
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	t _i (m)	Md(kN.m) = 32,6	ε _{cu} (‰) -2,88	ε _{c3} (‰) -1,89
1	3	16	6,03	0,04			
2	3	16	6,03	0,11			
3							
4							
5							
6							
7							
SOMA =	6		12,06				

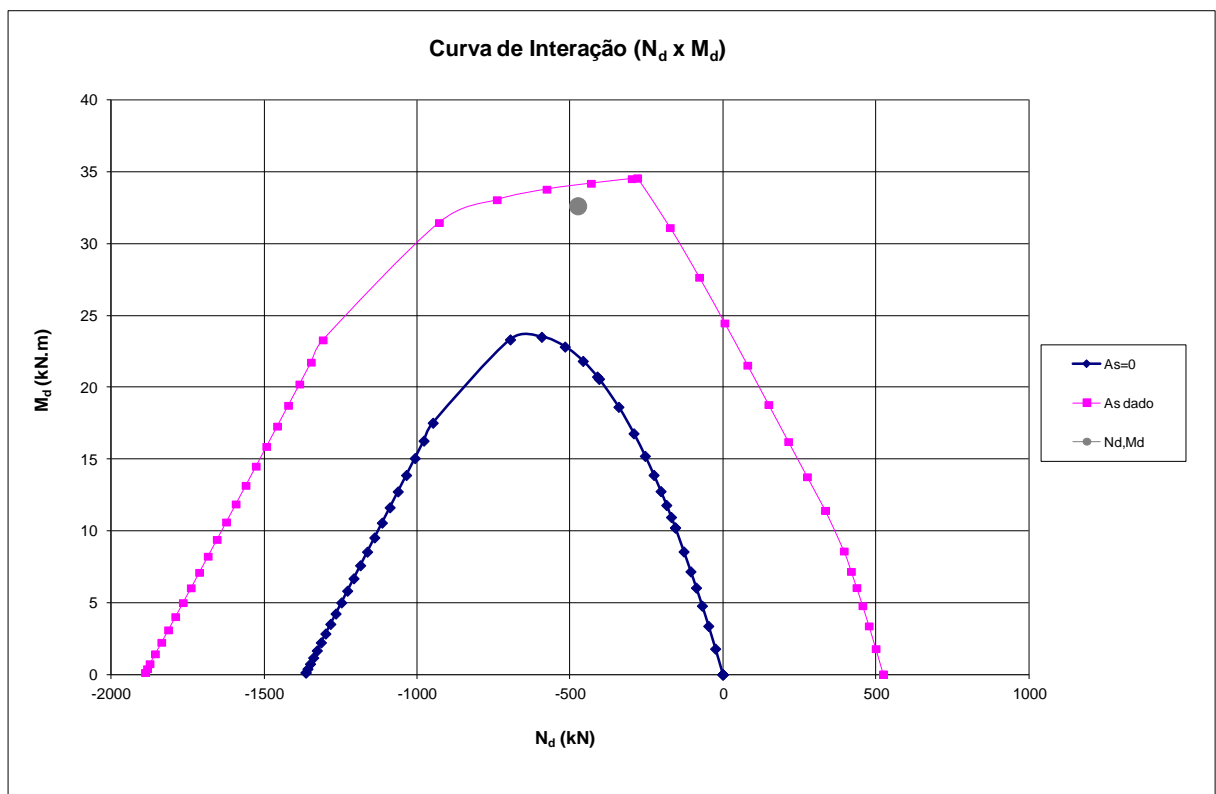
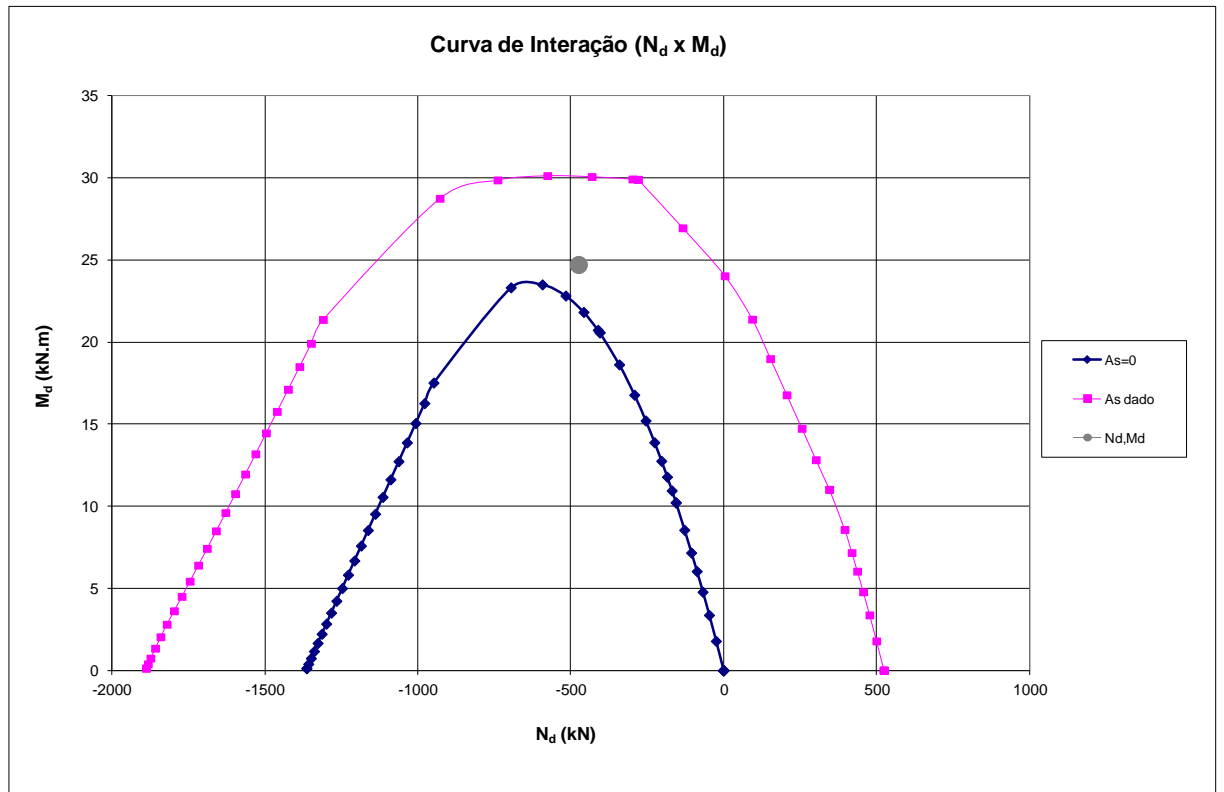


Figura 87: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção XX).

Tabela 21: Entrada de dados na planilha para a determinada seção (direção YY).

Seção Transversal				Concreto		Aço CA50A	
b (m)	0,25	d'(m)	0,04	fck (MPa)	60	fyk (kN/cm ²)	50
h (m)	0,15	d''(m)	0,04	fcd (kN/m ²)	42857	Es (kN/cm ²)	21000
		d(m)	0,11	αc /0,85	0,95	ε _{yd} (‰)	2,070
				λ	0,775	fyd (kN/cm ²)	43,48
Disposição das Armaduras					Nd(kN) = -473,8		ε _{c2} (‰) -2,29
Camadas	Barras	Bitola	A _{si} (cm ²)	t _i (m)	Md(kN.m) = 24,7	ε _{cu} (‰) -2,88	ε _{c3} (‰) -1,89
1	2	16	4,02	0,04			
2	2	16	4,02	0,11			
3	2	16	4,02	0,075			
4							
5							
6							
7							
SOMA =	6		12,06				

Figura 88: Curva de interação de C60 para a determinada seção (direção YY).



Utilizando o concreto C60 para essa situação, a armadura adotada seria constituída por 6 barras de 16mm, dispostas conforme as entradas das planilhas. Nesse caso, a armadura seria de 3% da área total da seção, o que é permitido por norma, viabilizando essa solução para um pilar com a dada esbeltez. Esse tipo de resultado comparativo com o C25 demonstra a vantagem da utilização do concreto C60 nesta situação.

7 CONCLUSÃO

Este projeto teve como objetivo analisar as considerações estabelecidas pela nova revisão da NBR 6118:2014 para concretos de alta resistência, no que tange à uniformização do diagrama tensão-deformação do concreto e propor uma solução para o problema da incompatibilidade dessa simplificação no domínio 5, abordada nesse trabalho.

A referida simplificação ocasiona uma descontinuidade na curva de interação no ponto correspondente ao final do domínio 5, o que denota uma inconsistência. A solução proposta foi uma interpolação linear do valor da tensão no concreto do diagrama retangularizado, variando desde o valor $\alpha_c f_{cd}$ (no limite entre o domínio 4a e o domínio 5) até $0,85 f_{cd}$ (no limite final do domínio 5).

Essa solução, bem como os parâmetros de uniformização para concretos de alta resistência, foram implementados nas planilhas de dimensionamento à flexão composta reta de SANTOS (6), a fim de visualizar os resultados.

A validação do método proposto foi feita através da criação de uma planilha eletrônica que considera o diagrama real de tensão-deformação do concreto, para se analisar as diferenças nos resultados obtidos pelo método proposto e o modelo com o diagrama real, evidenciando-se principalmente o caso do domínio 5.

Além das planilhas criadas, também foram produzidos ábacos de interação adimensionais baseados no método proposto e no diagrama real, para diversas resistências de concreto, sendo expostos nesse trabalho os ábacos para C50 e C90.

A partir dos resultados obtidos através do método da interpolação linear na retangularização do diagrama tensão-deformação no domínio 5 desenvolvido neste trabalho, pode-se afirmar que o método é satisfatório e adequado para tratar o comportamento do concretos de alta resistência.

Os resultados obtidos através da planilha de comparação com o diagrama real mostrou que os valores obtidos pelo método de interpolação linear são próximos dos reais. No caso do concreto C90, o método simplificado se mostrou mais conservador nos domínios 3 e 4 e menos conservador no domínio 5. Para todos os outros concretos, o método com o diagrama real é sempre mais conservador.

Por fim, ressalta-se que os resultados de ambos são satisfatoriamente próximos e, desta forma, o método de interpolação linear proposto pode ser utilizado nos cálculos sem que isso comprometa a segurança estrutural dos projetos.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5738: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova. 2003.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 5739: Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. 2007.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto. 2014.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. 2000.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações. 1990.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação. 2007.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8953: Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. 2011.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 14931: Execução de estruturas de concreto - Procedimento. 2004.

Santos, Sérgio Hampshire de Carvalho. *Apostila de Concreto Armado III.* Rio e Janeiro: UFRJ, 2014.